Problème 21

PARTIE A

On considère la fonction g de R vers R définie par : $g(x) = 4x^3 + x^2 + 1$

1- Etudier les variations de cette fonction.

2-En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans R une solution unique négative. On notera α cette solution

3-Calculer $g\left(\frac{-3}{4}\right)$ et $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.Démontrer que $\alpha \in \left]\frac{-3}{4};\frac{-1}{2}\right[$.

4-En déduire le signe de g

PARTIE B

On considère la fonction f de R vers R définie par : $f(x) = 2\ln\left(1+x^2\right) - \frac{1}{x}$

1-Trouver l'ensemble de définition de la fonction f

2-a-Démontrer que f est continue et dérivable en tout point de son ensemble de définition.

b-Calculer $f'(x)$ et justifier que le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$.Déduire que admet un minimum relatif en α.

c-Dresser le tableau de variation de f. (On notera $f(\alpha)$ l'image de α par f sans le calculer pour l'instant).

3-On désigne par (Γ) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

a-Démontrer que (Γ) admet une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées.

b-Tracer (Γ)en admettant que$-0,72$.

Fonction ln avec valeur absolue

Problème 22

On considère la fonction f de R vers R définie par : $f(x) = \frac{x + \ln|1-x|}{1-x}$

1-Etudier le sens de variations de la fonction f.

2-On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

3-Démontrer que (C_f)admet un centre de symétrie dont on précisera les coordonnes

4-Construire(C_f)

Problème 23

Soit f la fonction définie sur $D = R - \{3\}$ par $f(x) = (x+1)\ln|x-3|$ où ln désigne la fonction logarithme népérien. C est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (Unité 1 cm).

a. Vérifier que si $x \in D$ alors $f'(x) = \frac{x+1}{x-3} + \ln|x-3|$

b. Pour x appartenant à D, calculer f''(x) où f'' désigne la dérivée seconde de f. En déduire les variations de f'.

c. Calculer les limites de f' en - ∞ et en 3.

Fomesoutra.com ça soutra !

Démontrer que f' s'annule sur $]-\infty;3[$ pour une seule valeur α. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,1. Etudier le signe de f'(x) sur $]-\infty;3[$.

e. Etudier le signe de f'(x) sur $]3;+\infty[$ et dresser le tableau de variations de f.

Etudier les limites de f aux bornes de D. Préciser les asymptotes éventuelles à (C_f).

Calculer les coordonnées des points d'intersection de C et de l'axe des abscisses. Tracer la courbe (C_f)

Etude d'une fonction exponentielle

Problème 24

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=x-2+e^{-x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni de repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'unité de longueur est 2 cm.

1) Donner l'ensemble de définition de f.

2-a)Calculer les limites de f en $+\infty$ sachant que $f(x)=x-2+\frac{1}{e^x}$

b) Vérifier que pour tout nombres réel x non nul, $f(x)=x\left(1-\frac{1}{x}+\frac{1}{xe^x}\right)$

c) En déduire la limite de f en $-\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$

3-a)Démontrer que pour tout $x\in D_f$, $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x}$

b) Montrer que

$$\begin{cases}\forall x\in]-\infty;0],\ f(x)\le 0\\ \forall x\in,]0;+\infty[\ f(x)>0\end{cases}$$

c) Dresser le tableau de variation de f

4) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y=x-2$ est asymptote oblique à (C_f)

5) Etudier suivant les valeurs de x la position relative de (C_f) par rapport à (Δ)

6) Tracer (Δ) et (C_f) dans le même repère

Problème 25

On considère la fonction f, définie sur l'ensemble **R** des nombres réels par $f(x)=e^{2x}-10e^x+16$.

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. a) Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x)=(e^x-2)(e^x-8)$.

   b) En déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

3. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que, pour tout nombre réel x, $f'(x)=2e^x(e^x-5)$

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. En déduire les variations de la fonction f sur **R**.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. Les résultats seront arrondis au dixième.

x	-3	-2	-1	0	1	2	2,2
$f(x)$				7			

5. a) Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse 0.

b) Construire la droite T puis, sur le même graphique, la partie de la courbe C_f correspondant aux valeurs de x appartenant à l'intervalle [-3 ; 2,2].

c) Compléter le graphique précédent en traçant la droite d'équation $y=16$. On mettra en évidence le point B de C d'abscisse ln 5, ainsi que la tangente à C_f en ce point.

6. a) Calculer $f(\ln 2)$. Indiquer, sans justification, le signe de la fonction f sur l'intervalle [0 ; ln 2].

b) On considère le domaine plan D limité par la courbe C_f, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la
droite d'équation $x=\ln 2$. Calculer l'aire A du domaine D. Donner une valeur approchée de A au centième.