## Sujet 5

Soit les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{6}i$ ; $z_2 = 2 + 2i$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$

1. Écrire Z sous forme algébrique .
2. Donner les modules et arguments de $z_1$, $z_2$ et $Z$ . Donner la forme exponentielle de $z_1$, $z_2$ et $Z$ .
3. En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$
4. Le plan est muni d'un repère orthonormal ; on prendra 2 cm comme unité graphique.

   On désigne par $M_1$, $M_2$ et $M_3$ les points d'affixes respectives $z_1$, $z_2$ et $Z$ .

   Placer le point $M_2$, puis placer les points $M_1$ et $M_3$ en utilisant la règle et le compas

   (on laissera les traits de construction apparents).

## Sujet 6

On considère les nombres complexes : $z_1 = -3 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 1 - i$ $z_3 = \frac{2}{z_2}$ .

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Mettre le nombres $z_3$ sous forme algébrique .
2. Calculer le module et un argument de $z_1$, $z_2$ et $z_3$ , puis en déduire leur forme trigonométrique.
3. Placer les points A, B et C d'affixes respectives $z_1$, $z_2$ et $z_3$ .
4. Démontrer que le triangle BOC est rectangle en O.
5. Déterminer l'affixe $z_4$ du point D pour que le quadrilatère OADC soit un parallélogramme.

   on mettra le nombre complexe $z_4$ sous la forme algébrique.

## Sujet 7

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique 2cm).

On note *i* le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$

On considère les nombres complexes $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ; $z_B = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_C = \frac{z^2{}_A}{z_B}$

a) Ecrire $z_C$ sous forme algébrique.

b) Ecrire $z_A$ , $z_B$ et $z_C$ sous forme trigonométrique.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

## Sujet 8

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique 2cm).

On donne $\cos\frac{5\pi}{6}=\cos(\pi-\frac{\pi}{6})=-\cos\frac{\pi}{6}$ ; $\sin\frac{5\pi}{6}=\sin(\pi-\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{6}$

2. On considère les nombres complexes : $z_1=-2+2i\sqrt{3}$ et $z_2=4\,e^{5i\pi/6}$ et $z_3=2-2i$

a. Déterminer le module et un argument de $z_1$ et de $z_3$

b. Ecrire $z_2$ sous forme algébrique.

c. Placer dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ le point A , B , C d'affixes respectives $z_1$, $z_2$ , $z_3$

c. Déterminer le module et un argument du complexe $\frac{z_2}{z_1}$.

d. En déduire qu'il existe une rotation de centre O qui transforme A en B.
On précisera l'angle de la rotation

## Sujet 9

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

On note : *i* le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$ ; $z_1$ le nombre complexe $z_1=-1-i\sqrt{3}$.

1. On pose $z_2=i\,z_1$ , montrer que $z_2=\sqrt{3}-i$

2.a. Calculer le module et un argument de chacun des nombres complexes $z_1$ et $z_2$.

2.b. Placer dans le plan P le point $M_1$ d'affixe $z_1$ et le point $M_2$ d'affixe $z_2$ .

3. Soient A, B et C les points du plan d'affixes respectives $z_A$ ; $z_B$ et $z_C$ telles que :

$z_A=-2+2i\sqrt{3}$ . $z_B=2-2i\sqrt{3}$ et $z_C=8$

3.a. Montrer que $z_A=2\,\overline{z_1}$ et que $z_B=-z_A$

3.b. Placer les points A,B et C dans le plan P.

3.c. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

3.d. Calculer l'affixe du point D de sorte que le quadrilatère ABCD soit un rectangle.