

UP LYCEE CLASSIQUE DE COCODY-UP LYCEE CLASSIQUE DE COCODY

BAC BLANC SESSION FEVRIER 2014

SERIE D DUREE : 4 HEURES

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3 , 2/3, 3/3

EXERCICE 1 4points

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Deux urnes sont notées U_1 et U_2 . Chaque urne contient cinq boules. Dans l'urne U_1 il y a quatre boules noires et une boule blanche. Dans l'urne U_2 il y a deux boules noires et trois boules blanches. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. Un jeu consiste à lancer un dé à 6 faces parfaitement équilibré.

Si le résultat est 6, le joueur tire simultanément deux boules de l'urne U_1 .

Sinon il tire simultanément deux boules de l'urne U_2 .

Le joueur gagne s'il tire deux boules noires.

On considère les événements suivants :

S : <<le joueur obtient 6>> et G <<le joueur gagne>>.

1. Construire un arbre de probabilité qui décrit le jeu.

2. Montrer que la probabilité de G est $p(G) = \frac{11}{60}$

3. Un joueur a gagné. Quelle est la probabilité que les deux boules noires proviennent de l'urne U_1 .

4. Une boule noire rapporte 500 F CFA au joueur tandis qu'une boule blanche lui fait perdre

500 F CFA. On désigne par X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

- Montrer que la probabilité que X prenne la valeur 0 est $\frac{17}{30}$.
- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer son espérance mathématique. A qui profite le jeu ?

 **Fomesoutra.com**
ça s'écrit !
Docs à portée de main

EXERCICE 2 5 points



1. a) Calculer $(1+2i)^2$.
- b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Z^2-3Z+3-i=0$

2. Soit $P(Z)=Z^3-(3+2i)Z^2+(3+5i)Z-2-6i$

a) Démontrer que l'équation $P(Z)=0$ admet une unique solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b) Démontrer que $P(Z)=(Z-2i)(Z^2-3Z-3-i)$.

c) En déduire les solutions de l'équation $P(Z)=0$.

3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) , on donne les points A, B, C d'affixes respectives $2i$, $2+i$, et $1-i$.

a) Placer les points A, B et C. (Unité graphique 2cm).

b) Calculer $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$ sous forme algébrique.

c) En déduire la nature du triangle ABC.

4) a) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

c) Préciser la nature du parallélogramme.

5) Montrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

PROBLEME 11 points

On considère le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique 2cm. Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x)=x+\frac{\ln(|x|)}{|x|}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère donné.

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x)=x^2+1-\ln x$ et h la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty; 0[$ par $h(x)=x^2-1+\ln(-x)$.

- 1) a) Calculer la dérivée de la fonction g et déterminer le signe de cette dérivée. Dresser le tableau de variations de la fonction g . (on ne demande pas les limites de g)

b) Montrer que $\forall x \in]0, +\infty[$ $g'(x) > 0$.

- 2) a) Calculer la dérivée de la fonction h et déterminer le signe de cette dérivée. Dresser le tableau de variation de la fonction h . (on ne demande pas les limites de h).

b) Calculer $h(-1)$ et montrer que $\forall x \in]-\infty; -1[$, $h(x) > 0$; $\forall x \in]-1; 0[$ $h(x) < 0$.

PARTIE B

Fomesoutra.com
ça s'entraîne !
 Docs à portée de main

- 1) a) Calculer les limites suivantes $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ puis interpréter les graphiquement.
- b) Calculer les limites suivantes $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x$ est une asymptote à (C).
- b) Etudier les positions relatives de (C) et (D). (On précisera les coordonnées des points d'intersection de (C) et (D)).
- 3) a) Vérifier que $\forall x \in]-\infty; 0[$, $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$
- et $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
- b) Etudier le sens de variations de la fonction f puis dresser son tableau de variations.
- 4) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α et vérifier que $0,6 < \alpha < 0,7$
- b) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
- 5) Construire la courbe (C).
- 6) a) Déterminer une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- b) En déduire la primitive de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1.