Devoir de mathématiques TD12

14/01/21

Durée : 1h45

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

EXERCICE :

5 candidats dont 2 filles participent à un concours de danse.
On les classera tous sans ex aequo. On note X la variable aléatoire désignant le rang de la première des filles.

1) Justifie que les valeurs prise par X sont 1, 2, 3, ou 4.
2) Recopie et compléte le tableau de la loi de probabilité de X suivant.

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	

On fait reprendre le concours avec les mêmes candidats tous les samedis sur 2 mois (8 samedis au total).
Les concours sont indépendants. On note Y le nombre de fois sur les 8 que la première des filles est classée 2 ième.

3) Donne les valeurs prises par Y et calcule son espérance mathématique.
4) Calcule P (Y = 3)
5) Calcule la probabilité qu'au moins 1 fois sur 8, la première des filles soit classée 2 ième.

PROBLEME :

Partie A :

1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = -1 + \frac{2x-1}{\sqrt{|x^2-x|}}$.
   a- Détermine l'ensemble de définition D_f de f.
   b- Ecris f sans le symbole de valeur absolue.
   c- Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.
2) a- Vérifie que : $\forall x \in]1; +\infty[, f'(x) = \frac{-1}{2(x^2-x)\sqrt{x^2-x}}$.
   b- Etudie les variations de f et déduis-en que : $\forall x \in]1; +\infty[, f(x) > 0$.
3) Détermine la primitive de f sur $]1; +\infty[$ qui prend la valeur $2\sqrt{2}$ en 2.

Partie B :

Soit la fonction g définie sur $[1; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \sqrt{x^2 - x}$ et (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1) Etudie la dérivabilité de g à droite en 1. Interprète graphiquement le résultat.
2) a- Justifie que $\forall x \in]1; +\infty[, g'(x) = \frac{1}{2}f(x)$.
   b- Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.
   c- Dresse le tableau de variation de g.
3) Justifie que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ est asymptote de (C_g).
4) Justifie que g réalise une bijection de $[1; +\infty[$ sur un intervalle J à déterminer.
5) g^{-1} étant la bijection réciproque de g justifie que $g^{-1}(1) = \frac{4}{3}$
6) Calcule $(g^{-1})'(1)$.
7) Trace (D), (C_g) et $(C_{g^{-1}})$ la courbe représentative de g^{-1} dans le repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.