Lycée classique d'Abidjan	Devoir de mathématiques Durée : 2 heures Date : 30/11/2020	Année scolaire 2020-2021 Terminale D.

EXERCICE 1

$(O\,;I;\,J)$ est un repère du plan.
$(\mathcal{C})$ est la représentation graphique d'une fonction f ; d'ensemble de définition D_f
Pour chaque proposition répond par vrai ou faux. (Exemple : 6- vrai ou 6- faux.)

1	Si f est continue sur un intervalle K alors f réalise une bijection de K dans $f(K)$
2	a est un réel ; $a \notin Df$ et la limite de f en a est infinie. Donc f n'est pas prolongeable par continuité en a.
3	Si $f(x) = \frac{x^2+x-6}{4-x^2}$; $x \neq 2$ et $f(2) = -\frac{5}{4}$ alors f est continue en 2.
4	Si $f(x) = \frac{-1+x\sqrt{x}}{x}$ alors $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.

EXERCICE2

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées dont une, et une seule est exacte. Indique la réponse exacte en notant par exemple : $1.a$ ou $1.b$ ou $1.c$

	Affirmations	a	b	c
1	$\lim\limits_{x\mapsto-\infty} \sqrt{x^2-1}+3x =$	$+\infty$	0	$-\infty$
2	$\lim\limits_{x\mapsto-\infty} \sqrt{4x^2+1}+2x+1 =$	$-\infty$	0	2
3	Si f et g sont des fonctions telle que $f \leq g$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$	$+\infty$	0	$-\infty$
4	Si $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} =$	$+\infty$	1	On ne peut conclure

EXERCICE 3

Calcule la limite de f dans chaque cas.

1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{\dfrac{3x-2}{2-x}} - \dfrac{1}{x}}{\sqrt{2-x^2}-1}$ en 1

2) $f(x) = \dfrac{\sin(\tan x)}{\tan x}$ en π

3) $f(x) = \dfrac{1+\cos x}{\sqrt{x}}$ en $+\infty$

4) $f(x) = \dfrac{-1}{x^3} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x}$ en 0 à gauche

EXERCICE4

Soit g la fonction définie par ; $\begin{cases} g(x) = \dfrac{1-\cos 2x}{x^2}, \forall x \in \left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[\\ g(x) = \dfrac{-x}{|x|} + 1, \ \forall x \in \left]-\dfrac{\pi}{2};0\right[\\ g(0) = 2 \end{cases}$

Etudie la continuité de g en 0

EXERCICE 5

On donne, ci-dessous, le tableau de variation d'une fonction f continue sur son ensemble de définition$]-3;1[\cup]1;+\infty[$.
On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

x	-3		-2		1			$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	2 ‖	2	↘	-3

1) Précise les asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$ en justifiant ta réponse.
2) a) Justifie que f est prolongeable par continuité en 1.
   b) Définis le prolongement par continuité de f en 1.
3) Détermine l'image de l'intervalle $]-3;1[$ par f.
4) On désigne par h la restriction de f sur $]1;+\infty[$.
   a) Justifie que h réalise une bijection de $]1;+\infty[$ dans un intervalle K que l'on précisera.
   b) Donne le sens de variation de h^{-1} la bijection reciproque de h sur son ensemble de définition.
   c) Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution β dans $]1;+\infty[$.

5) Détermine le signe de f sur son ensemble de définition.