



DREN ABIDJAN 1
LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN

NIVEAU : TERMINLE D
CLASSE : TD15

ANNEE SCOLAIRE 2020 – 2021
DATE : 12 /01/2021
DUREE : 02 heures 00 mn

DEVOIR SURVEILLE N°4

EXERCICE 1

Dans chacun des cas suivants on donne $f(x)$, une seule des trois réponses proposées pour $f'(x)$ est juste. Choisis la bonne réponse.

N°	$f(x)$	$f'(x)$		
		Réponse a	Réponse b	Réponse c
1	$x^2\sqrt{x}$	$\frac{x}{\sqrt{x}}$	$\frac{5x^2}{2\sqrt{x}}$	$2x + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$
2	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\frac{x}{(x^2+1)}$	$-\frac{2x}{(x^2+1)}$	$\frac{-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
3	$\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$	$\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$	$-3\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$	$-3\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$
4	$\frac{x^2+x-2}{x+1}$	$\frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$	$\frac{x^2+4x-1}{(x+1)^2}$	$\frac{2x+1}{(x+1)^2}$
5	$(x^2-5)^3$	$2x(x^2-5)^2$	$6x(x^2-5)^4$	$6x(x^2-5)^2$
6	Soit f une bijection dérivable et strictement monotone sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 3$, $f'(1) = \frac{1}{2}$ et $f'(3) = 4$	$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{4}$	$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{2}$	$(f^{-1})'(3) = 2$

EXERCICE 2

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat. Pour promouvoir la vente de ses tablettes, il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mise en vente. Parmi les tablettes gagnantes 60% permettent de gagner exactement une place de cinéma et 40% exactement deux places de cinéma.

On note $P_B(A)$ la probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

- Un client achète une tablette de chocolat. On considère les évènements suivants :
 G : « le client achète une tablette gagnante ».
 U : « le client gagne exactement une place de cinéma ».
 D : « le client gagne exactement deux places de cinéma ».
 a) Donner $P(G)$, $P_G(U)$ et $P_G(D)$
 b) Montrer que la probabilité de gagner exactement une place de cinéma est égale à 0,3.
 c) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de places de cinéma gagnées par le client .
 Déterminer la loi de probabilité de X.
 Calculer l'espérance mathématique de X.
- Un autre client achète deux jours de suite une tablette de chocolat.
 a) Déterminer la probabilité qu'il ne gagne aucune place de cinéma.
 b) Déterminer qu'il gagne au moins une place au cinéma.
 c) Montrer que la probabilité qu'il gagne exactement deux places de cinéma est égale à 0,29

PROBLEME

Partie I

On considère la fonction g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x - 6$.

1. Etudie les variations de g et dresser son tableau de variation.
2. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α .
 b) Justifie que $1,2 < \alpha < 1,3$
3. Démontre que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$.

Partie II

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^2 + 1}$

(C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2cm.

1. Démontre que pour tout nombre réel x , $f(x) = x - 2 + \frac{-x + 3}{x^2 + 1}$
2. a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
 b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
 c) Etudie la position relative de (C_f) et de (Δ) .
3. a) Démontre que pour tout nombre réel x , $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$
 b) Etudie les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.
5. a) Vérifie que pour tout nombre réel x , $x^3 - 2x^2 + 1 = (x - 1)(x^2 - x - 1)$.
 b) Détermine les points d'intersection de (C_f) et des axes du repère.
6. Construis (Δ) , (T) et (C_f) . On prendra $\alpha = 1,3$ et $f(\alpha) = -0,1$.

Partie III

Soit h la restriction de f à $] -\infty; 0]$.

1. Démontre que est une bijection de $] -\infty; 0]$ sur un intervalle K que l'on précisera.
2. On note h^{-1} la bijection réciproque de h et (Γ) la représentation graphique de h^{-1} .
 a) Détermine le sens de variation de h^{-1} et dresser son tableau de variation.
 b) Vérifie que $h(-2) = -3$.
 c) Justifie que h^{-1} est dérivable en -3 et calcule $(h^{-1})'(-3)$.
 d) Construis (Γ) dans le même repère que celui de (C_f) .

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

UP: Mathématiques

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 2/2
Toute calculatrice scientifique est autorisée.
NB : Pas de téléphone

Année Scolaire : 2020-2021
Niveau : Tle D
Durée : 4h heure

SERIE : D

Exercice 1

Pendant les vacances 2020, un élève joue avec 20 jetons : 13 rouges et 7 verts. Il met 10 jetons rouges et 3 jetons verts dans une boîte cubique et 3 jetons rouges et 4 jetons verts dans une boîte cylindrique

1-Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois jetons au hasard dans une boîte cubique et il regarde combien de jetons rouges il a choisi. on appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de jetons rouges choisis.

- Détermine la loi de probabilité de X .
- Calcule l'espérance mathématique de X .

2-un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'élève choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes ; puis qu'il prenne alors un jeton, toujours au hasard dans la boîte choisie. on considère les événements suivants :

- A : « l'élève choisit la boîte cubique » ;
- B : « l'élève choisit la boîte cylindrique » ;
- R : « l'élève prend un jeton rouge » ;
- V : « l'élève prend un jeton vert ».

- Représente par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.
 - Justifie que $P(R) = \frac{109}{182}$
 - Sachant que l'élève a choisi un jeton rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique ?
- 3- l'élève reproduit n fois de suite son deuxième jeu, en remettant à chaque fois le jeton tiré à sa place.
Exprime, en fonction de n la probabilité P_n que l'élève ait pris au moins le jeton rouge au cours de ses n choix.

Exercice 2

Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}-1}{4-x^2}$

- Justifie que l'ensemble de définition de la fonction f est $D_f = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right] \setminus \{2\}$.
- Démontre que la fonction f admet un prolongement par continuité en 2.

Problème

Le but de cet exercice est l'étude de la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{-4x^3+6x-3}{2x^2}$. on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, unité graphique : 2 Cm.

Partie A :

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x^3 - 3x + 3$

- Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$
- Etudie le sens de variation de g puis dresse son tableau de variation

~~$C_k^n \times p^k \times q^{n-k}$~~ $C_k^n \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

- 3.a) Démontre que g est une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle $\mathbb{K}$ que l'on déterminera
 b) En déduis que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $0,7 < \alpha < 0,8$
 4. Démontre que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[g(x) < 0$

Partie B :

1. Calcule les limites de f à gauche et à droite de 0, puis interprète graphiquement ces résultats
2. Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
- 3.a) Détermine la dérivée de f et vérifie que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
 b) En déduis que : $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]\alpha; +\infty[f'(x) < 0$ et $\forall x \in]0; \alpha[f'(x) > 0$
 c) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation
4. Démontre que $f(\alpha) = -3\alpha + \frac{3}{2\alpha}$
- 5.a) Détermine les nombres a, b et c tels que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = ax + \frac{bx+c}{2x^2}$
 b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = -2x$ est asymptote oblique à (C) .
 c) Etudie les positions relatives de (C) et (Δ) .
6. Construis (Δ) et (C) dans le repère précédent (on prendra $\alpha \approx 0,7$).

Partie C

Soit h la restriction de g à l'intervalle $]\alpha; +\infty[$

1. Justifie que h est une bijection de $]\alpha; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
2. soit h^{-1} la bijection réciproque de h , Dresse le tableau de variation de h^{-1}
3. Soit (C') la représentation graphique de h^{-1} .
 Construis (C') dans le repère précédent (on justifiera la construction)
- 4.a) Calcule $h(1)$.
 b) h^{-1} est-elle dérivable en $-\frac{1}{2}$? Si oui, détermine $(h^{-1})'(-\frac{1}{2})$.

DEVOIR N°1 UP MATHÉMATIQUES**SERIE D**

Année scolaire : 2020-2021

Durée : 04 heures

Niveau : Terminale

K.B. 15. 131

Exercice 1

Voici les résultats d'un sondage effectué auprès de 1 000 personnes, à propos d'Internet :

- 40 % des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet.
- 35 % des personnes interrogées ont moins de 25 ans et, parmi celles-ci, 80% déclarent être intéressées par Internet ;
- 30 % des personnes interrogées ont plus de 50 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

	Intéressés par Internet	Non Intéressés par Internet	Total
Moins de 25 ans	280	70	350
De 25 à 50 ans	75	275	350
Plus de 50 ans	45	255	300
Total	400	600	1000

1) On choisit au hasard une personne parmi les 1 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements suivants :

A : « la personne interrogée a moins de 25 ans » ;

B : « la personne interrogée a plus de 50 ans » ;

I : « la personne interrogée est intéressée par Internet ».

- a) Déterminer les probabilités $p(A)$, $p(B)$, et $p(I)$.
- b) Définir par une phrase l'événement $\bar{B}$ et calculer $p(\bar{B})$.
- c) Calculer $p(A \cap I)$ et en déduire $p(A \cup I)$.

2) On sait maintenant que la personne interrogée n'est pas intéressée par Internet. Quelle est la probabilité :

- a) qu'elle ait plus de 50 ans ?
- b) qu'elle ait 50 ans ou moins de 50 ans ?

3) On sait maintenant que la personne interrogée n'a pas plus de 50 ans. Quelle est la probabilité qu'elle soit intéressée par Internet?

Exercice 2

Chaque matin de classe, Moussa peut être victime de deux événements indépendants :

- R : « Il n'entend pas son réveil sonner » ;
- M : « Sa moto, mal entretenu, tombe en panne ».

Il a observé que chaque jour de classe, la probabilité de R est égale à 0,1 et que celle de M est égale à 0,05. Lorsqu'au moins l'un des deux événements se produit, Moussa est en retard au lycée sinon il est à l'heure.

- 1) Calculer l'espérance de X et que sa moto tombe en panne.
- 2) Calculer la probabilité que Moussa soit à l'heure au lycée un jour de classe donné.
- 3) Au cours d'une semaine, Moussa se rend cinq fois au lycée. On admet que le fait qu'il entende son réveil sonner un jour de classe n'influe pas sur le fait qu'il entende ou non les jours suivants. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de fois que Moussa entend son réveil sonner.
 - a) Justifier que X suit une loi binomiale et déterminer les paramètres.
 - b) Quelle est la probabilité que Moussa entende le réveil sonné au moins quatre fois au cours d'une semaine ?

PROBLEME

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ sur $\mathbb{R}$ et (Cf) sa courbe représentative.

- 1) a- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
b- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats.
- 2) a- Démontrer que f admet un prolongement g par continuité en 0. Et préciser g .
b- Vérifier que $\forall x \in D_f, g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$.
c- On admet que g est dérivable en 0. Et sachant que $g(0) = 0$, déterminer l'expression $A(x) = \frac{g(x)-g(0)}{x-0}$ du taux de variation de g en 0. Puis- en déduire le nombre dérivé de g en 0.
- 3) a- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1}+1)\sqrt{x^2+1}}$
b- En déduire le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
c- Démontrer que g est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle K à préciser.
- 4) Soit g^{-1} la bijection réciproque de g .
a- Donner le sens de variation de g^{-1} et dresser son tableau de variation.
b- Démontrer que $\forall x \in K, g^{-1}(x) = \frac{2x}{1-x^2}$
b- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) la courbe représentative de g au point d'abscisse 0.
d- Construire (C) et (T) dans un repère orthonormé $(O; I; J)$. (unité = 2cm)

Lycée Classique d'Abidjan

Année scolaire : 2020 - 2021

MATHEMATIQUES : Terminale D

Durée : 2heures

Exercice 1

Pour chaque ligne, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. On notera par exemple comme réponse choisie pour l'affirmation N°1 : 1A ou 1B ou 1C

N°	Propositions	a	b	c
1	Une primitive sur $] -1 ; 1[$ de $\frac{2x}{x^2-1}$ est	$\ln(1-x^2)$	$\ln(x^2-1)$	$\ln(x^2+1)$
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x \ln(x+1)$ est égal à	$-\infty$	1	0
3	Le nombre $\ln 48$ est égal à	$4\ln 2 + \ln 3$	$3\ln 2 + 2\ln 3$	$2\ln 2 + 2\ln 3$
4	La dérivée sur $]0 ; +\infty[$ de f définie par $f(x) = x^2(\ln x - 1) + x - 3$	$f'(x) = 2x(\ln x - 1)$	$f'(x) = x(2\ln x - 1)$	$f'(x) = 2x \ln x$

Exercice 2

Réponds par vrai ou faux

- 1- $\ln x \geq 0$ pour tout nombre réel x strictement positif
- 2- La dérivée sur $]0 ; +\infty[$ de f définie par $f(x) = x \ln x - x - 3$ est $\ln x$
- 3- La solution de l'inéquation $\ln(1-x) \leq 0$ est $] -\infty ; 0]$
- 4- Une primitive sur $]0 ; \frac{\pi}{2}[$ de $\tan x$ est $\ln|\cos x|$

PROBLEME

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire g

Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{4}{x} - \ln x - 1$

- 1- Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- 2- Justifie que pour tout réel strictement positif, $g'(x) = -\left(\frac{x+4}{x^2}\right)$
- 3- Donne le sens de variation de f et dresse son tableau de variation
- 4- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $2,2 < \alpha < 2,3$
- 5- Justifie que $\forall x \in]0 ; \alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) < 0$

Partie B : Etude d'une fonction f

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2cm.

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = (-x+4)\ln x$ et de représentation graphique (C).

- 1-
 - a- Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Interprète graphiquement le résultat
 - b- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2- Soit f' la dérivée de f sur $]0 ; +\infty[$
 - a- vérifie que $f'(x) = g(x)$

- b- Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 3- Détermine les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
- 4- Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- 5- On se propose d'étudier les positions relatives de (C) et de (T) . pour cela, on note h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = f(x) - (3x - 3)$
- a- Calcule $h'(x)$
- b- En admettant que $\forall x \in]0; 1[, h'(x) > 0$ et $\forall x \in]1; +\infty[, h'(x) < 0$ dresse le tableau de variation de h
- c- Calcule $h(1)$ et justifie que pour tout réel strictement positif, $h(x) \leq 0$.
- d- Etudie les positions relatives de (C) et de (D) .
- 6- Trace la tangente (T) et la courbe (C) sur papier millimétré.

Lycée Classique d'Abidjan

CE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$$(E_1): \ln(x^2 + x) = \ln 2; \quad (E_2): \ln(x-1) + \ln(x+1) = \ln(2+x); \quad (E_3): -2\ln^2 x + 3\ln x + 2 = 0$$

$$(I_1): \ln^2 x - 2\ln x - 3 \leq 0; \quad (I_2): \ln(1-2x) > \ln(x+3); \quad (I_3): \frac{1-\ln x}{2+\ln x} < 0$$

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants, donner une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I

$$a) f(x) = \frac{2x^4 - 5x^3 + 2x + 3}{x^2} \quad I =]-\infty; 0[; \quad b) f(x) = \frac{1-3x}{3x^2-2x} \quad I = \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[;$$

$$c) f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x} \quad I =]0; +\infty[; \quad d) f(x) = \frac{\cos x}{\sin x} \quad I = \left] \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right[$$

EXERCICE 3

Déterminer les ensembles de définition des fonctions f définies par :

$$1. f(x) = \ln(3x+2) \quad 2. f(x) = \ln(x^2-4) \quad 3. f(x) = \ln(x+1) + \ln(x-3) \quad 4. f(x) = \ln|x^2-4|$$

PROBLÈME

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{x^3}{6} + x^2 - \frac{x}{2} - x \ln x + \frac{2}{3} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = \frac{2}{3} \end{cases}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 3 cm

Partie A

On donne la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{3}{2} - \ln x$

- 1- Étudier les variations de g
- 2- Calculer $g(1)$
- 3- En déduire que :
$$\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$$

Partie B

- 1- Étudier la continuité de f en 0
- 2- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$
 b) La fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifier
 c) Donner une interprétation graphique du résultat de la question 2-a)
- 3- a) Démontrer que : $\forall x > 0, f'(x) = g(x)$
 b) En déduire les variations de f
- 4- a) Calculer la limite de f en $+\infty$
 b) Dresser le tableau de variation de f
- c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique du résultat
- 5- a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]1; +\infty[$
 b) Vérifier que : $3,2 < \alpha < 3,3$
 c) Construire (C)