

DEVOIR DE MATHÉMATIQUE TD (1 heure)

Exercice 1

$(O ; i ; j)$ est un repère du plan.

$$P(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$$

1° a) vérifie que $p(x) = x^3(x^2 - 3x + 2)$

b) Résous $p(x)=0$ dans \mathbb{R} .

2°) Démontre que :

$$p(x) \geq 0 ; \text{ si } x \in]0; 1[\cup]2; +\infty[$$

$$p(x) \leq 0 ; \text{ si } x \in]-\infty; 0[\cup]1; 2[.$$

3) On donne :

$$g(x) = x^4 \left(\frac{x^2}{6} - \frac{3x}{5} + \frac{1}{2} \right); \quad g(1) = 10.06 \text{ et } g(2) = -0.5$$

a°) Calcule la limite de g aux bornes de D_g .

b°) Vérifie que $g'(x) = p(x)$; $x \in \mathbb{R}$.

c°) Détermine un réel a pour le nombre dérivée de g en a soit égal à 0.

d°) Détermine une équation de la tangente au point d'abscisse -1.

e°) Étudie la sens de variation de g .

f°) Dresse le tableau de variation de g .

g°) la fonction f est la restriction de g sur $]1; 2[$ de représentation graphique (C)

i) Démontre que $f(\sqrt{5}-1) < f(\sqrt{2})$; sans calculer les images.

ii) Démontre qu'il existe un et un seul réel θ dans $]1; 2[$ tel que $f(\theta) = 0$.

iii) donne un encadrement de θ d'ordre 1.

iv) Dresse le tableau de variation de f^{-1} la bijection réciproque de f sur $]1; 2[$.

v) Détermine l'intersection de (C) ; la représentation graphique de f^{-1} et de l'axe des abscisses

vi) Détermine l'intersection de C' ; la représentation graphique de f^{-1} et de l'axe des ordonnées.

Exercice 2.

$(O ; u ; v)$ est un repère du plan

$$h(x) = \sqrt{x^2 - x - 6} \text{ et } j(x) = x - \frac{1}{2} \text{ et } l(x) = -x + \frac{1}{2}$$

1) a) Calcule la limite de h en $+\infty$ et $-\infty$.

b) Calcule la limite de $h(x) - j(x)$ en $+\infty$ et de $h(x) - l(x)$ en $-\infty$.

c) Donne une interprétation graphique.

2) Calcule la dérivée de h sur $]-\infty; -2[\cup]3; +\infty[$

3) Dresse le tableau de variation de h .