Lycée Classique d'Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES	2020-2021
Classe : TD_4 et TD_5	Durée : 2h	Date : 08/01/2021

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient. Exemple: **7- B**

N°	AFFIRMATIONS	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$ et si k est un nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ alors l'équation $f(x)=k$ admet	zéro solution dans $]a;b[$	au moins une solution dans $]a;b[$	au moins une solution qui n'appartient pas à $]a;b[$
2	L'image d'un intervalle par une fonction continue est	un intervalle	un intervalle fermé	un intervalle ou un singleton
3	Si f est une fonction continue et strictement monotone sur I, alors	f est une bijection de I sur $f(I)$	f est une bijection de I sur I.	f est une bijection de I sur $\mathbb{R}$
4	Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=0$ alors la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f admet une	branche parabolique de direction celle de (OJ) en $+\infty$.	branche parabolique de direction celle de (OI) en $-\infty$.	branche parabolique de direction celle de (OJ) en $-\infty$.
5	Si $\forall x\in]a;+\infty[, f(x)\le g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ alors	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

EXERCICE 2

Ecris sur ta copie le numéro des affirmations ci-dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

1. La probabilité conditionnelle de E sachant F est : $\cancel{\frac{P(E\cap F)}{P(F)}}$ $\frac{P(E\cap F)}{P(E)}$
2. Si $P(A) = 0$ alors $P_A(B) = P(B)$
3. Si les événements R et S sont indépendants alors $P(R\cup S) = P(R) \times P(S)$
4. Lorsque deux événements A et B sont incompatibles alors $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

EXERCICE 3

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par: $g(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x}} + 1$

1) Calcule les limites de g en 0 et $+\infty$
2) a- Démontre que $\forall x \in]0\,;+\infty[\,;\ g'(x) = \frac{3x^2+1}{2x\sqrt{x}}$
   b- En déduis le sens de variation de g.
   c- Donne le tableau de variation de g.
3) a- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0\,;+\infty[$.
   b- Justifie que $0{,}5 < \alpha < 0{,}6$.

4) Démontre que :

Si $x \in]0\,;\alpha[$, $g(x) < 0$ et si $x \in]\alpha\,;+\infty[$, $g(x) > 0$.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur$]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère (O, I, J). *(unité graphique 2cm)*

1) a- Détermine la limite de f en 0. Interprète graphiquement le résultat.
   b- Détermine la limite de f en $+\infty$.
   c- Démonte que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
   d- Etudie la position relative de (C) et (D).
2) a- Démontre que, pour tout x de l'intervalle$]0\,;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x\sqrt{x}}$
3) b- En déduis le sens de variation de f puis son tableau de variation.
4) Détermine une équation de la tangente (T) à © au point d'abscisse 1.
5) Représente (D), (T) et (C)
6) Soit h la restriction de f à $]1\,;+\infty[$.
   a- Démontre que h est une bijection$]1\,;+\infty[$ sur un intervalle que l'on précisera.
   b- Dresse le tableau de variation de h^{-1}.

EXERCICE 4

A une sortie d'autoroute, la gare de péage comporte trois voies. Une étude statistique a montré que :

- 18% des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnés ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 22% des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75% franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- Les autres automobilistes empruntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement (pièces ou billets) ;
- 70% des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les événements suivants :

. G : « l'automobiliste emprunte la voie de gauche » ;
. C : « l'automobiliste emprunte la voie du centre » ;
. D : « l'automobiliste emprunte la voie de droite » ;
. T : « l'automobiliste franchit le péage en moins de 10 secondes ».

1) Calcule la probabilité que l'automobiliste emprunte la voie du centre et franchit le péage en moins de 10 secondes.
2) Démontre que $p(D \cap T) = 0{,}355$.
3) Calcule la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.
4) Justifie que les événements D et T ne sont pas indépendants.
5) Trois automobilistes arrivent à la gare de péage. Calcule la probabilité qu'au moins un franchit le péage en moins de 10 secondes.