Lycée Classique d'Abidjan

Devoir de Maison
Terminale D

Année Scolaire:2020-2021

Exercice 1 (4 points)

Pour chaque ligne, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. On notera par exemple comme réponse choisie pour l'affirmation N°1 : 1A ou 1B ou 1C

1- On considère les suites (u_n) et (v_n) telles que $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n$ et $v_n = 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$.
On considère la suite (w_n) telle que $u_n \le w_n \le v_n$. On peut affirmer que :
a- Les suites sont géométriques
b- La suite (wn) converge vers 1
c- La suite (un) est minorée par 1

2- On considère la fonction h continue sur l'intervalle [-1 ;1]telle que h(-1)=0 ; h(0)=2 ; h(1)=0. On peut affirmer que.
a- La fonction h est positive sur [-1 ;1]
b- L'équation h(x)=1 admet exactement deux solutions dans l'intervalle [-1 ;1]
c- Il existe au moins un nombre réel a dans l'intervalle [0 ;1]tel que h(a)=1

3- L'écriture complexe d'une rotation de centre A d'affixe 1-i et d'angle orienté $-\frac{\pi}{2}$ est :
a- Z'=-iz+1-i b) z'=-iz+2 c) z' =-iz+2+i

4- a) $\int_1^e \ln x dx = 1$ b) $\int_1^e \ln x dx = 0$ c) $\int_1^e \ln x dx = e$

Exercice 2 (5 points)

Le tableau suivant donne la consommation de ''NESCAFE'' par les élèves en classe de Terminale observée à l'approche des examens de fin d'année. Xi désigne le rang de la semaine et Yi le nombre de sachets de ''NESCAFE'' achetés chez le boutiquier

Nombre de semaine avant l'examen	A 8 sem.	A 7 sem.	A 6 sem.	A 5 sem.	A 4 sem.	A 3sem.
Rang de semaine Xi	1	2	3	4	5	6
Nombre de sachets achetés Yi	200	250	275	290	315	350

1- Représente dans un repère le nuage de points (Xi ; Yi)
Unité graphique : 2cm par semaine sur l'axe des abscisses. 2cm par 30 sachets sur l'axe des ordonnées (origine 170)

2- Calcule les coordonnées du point moyen G

3- a- Montre que le coefficient de corrélation $r = 0,98$.

b- Détermine l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrées.

c- Trace cette droite dans le repère.

4- On suppose que la tendance se poursuit. Montre par calcul que le nombre de sachets achetés à une (1) semaine des examens est à peu prés égal à 403 (arrondi)

Exercice 3 (8 points)

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$ On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,I,J) d'unité 2 cm

Soit la fonction g définie sur IR par $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

On admet que $g(x)=0$ admet une solution unique α telle que $0,3 < \alpha < 0,4$ et que $\forall x \in]-\infty;\alpha[, g(x) \prec 0$ et $\forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) \succ 0$

1-

a- Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$,

b- Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interprète graphiquement le résultat obtenu.

2-

a- calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b- Démontre que la droite (D) d'équation y=x-1 est asymptote oblique à (C) en +∞

c- Etudie la position de (D) par rapport à (C).

3-

a- Calcule f'(x) et vérifie que $f'(x)=e^{-x}.g(x)$

d- Donne le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.

4- Etablis que $f(\alpha)=\alpha\left(1+2e^{-\alpha}\right)$.

5- Trace (C) et (D). On prendra $f(\alpha)=0,8$

6- Soit h la fonction définie sur IR par $(x^2+2)e^{-x}$

a- Justifie que $(-x^2-2x-4)e^{-x}$ est une primitive de h sur IR

b- Soit λ un réel non nul. On note A l'aire du domaine délimité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équation $x=0$ et $x=\lambda$. Calcule en fonction de λ l'aire A.

c- Détermine l'aire A lorsque λ tend vers + ∞.

Exercice 4 (3 points)

Un COGES prévoit d'équiper son école en tables-bancs et en matériels de bureau. Il s'adresse à deux entreprises A et B. il doit choisir la moins chère. Celles-ci lui font les propositions suivantes :

* l'entreprise A propose de lui livrer le matériel mais il doit régler la dette par traites mensuelles sur trois ans. Le COGES doit leur verser, dès le premier mois 80.000F à l'accord et que chaque traite sera supérieure de 15.000F à la précédente.

* l'entreprise B quant à elle propose de livrer le matériel, selon les modalités suivantes : régler la dette par traites mensuelles sur trois ans. Il doit verser, dès le premier mois 45.000F à l'accord. Pour les traites suivantes, il doit verser la valeur de la somme précédente augmentée de 10% de celle-ci jusqu'à la fin des traites.

Dans l'impossibilité de faire un choix, le président du COGES te fait appel. A l'aide d'une production argumentée basée sur les connaissances mathématiques, détermine la proposition la moins chère.

PROBLEME

Partie I

On considère la fonction g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x - 6$.

1. Etudie les variations de g et dresser son tableau de variation.
2. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α.

   b) Justifie que $1{,}2 < \alpha < 1{,}3$
3. Démontre que : $\forall x \in]-\infty ; \alpha[$, $g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie II

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^2 + 1}$

(C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2cm.

1. Démontre que pour tout nombre réel x, $f(x) = x - 2 + \dfrac{-x + 3}{x^2 + 1}$
2. a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

   b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$

   c) Etudie la position relative de (C_f) et de (Δ).
3. a) Démontre que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$

   b) Etudie les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.
5. a) Vérifie que pour tout nombre réel x, $x^3 - 2x^2 + 1 = (x - 1)(x^2 - x - 1)$.

   b) Détermine les points d'intersection de (C_f) et des axes du repère.
6. Construis(Δ),(T) et (C_f). On prendra $\alpha = 1{,}3$ et $f(\alpha) = -0{,}1$.

Partie III

Soit h la restriction de f à $]-\infty ; 0]$.

1. Démontre que est une bijection de $]-\infty ; 0]$ sur un intervalle K que l'on précisera.
2. On note h^{-1} la bijection réciproque de h et (Γ)la représentation graphique de h^{-1}.

   a) Détermine le sens de variation de h^{-1} et dresser son tableau de variation.

   b) Vérifie que $h(-2) = -3$.

   c) Justifie que h^{-1} est dérivable en -3 et calcule $(h^{-1})'(-3)$.

   d) Construis (Γ) dans le même repère que celui de (C_f).

LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN NIVEAU : Terminale D	DEVOIR DE MATHEMATIQUES Durée : 4h	Année scolaire 2020-2021 11/02/2021

EXERCICE 1 (2 *points*)

Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie et FAUX si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	$Si\ z = (1-\sqrt{5})\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$ alors un argument de z est $\frac{\pi}{3}$
2	Pour tous nombres complexes $z\ et\ z'$, $\lvert z\rvert = \lvert z'\rvert$ équivaut à $z = z'$ ou $z = -z'$
3	$f\ et\ g\ sont\ des\ fonctions\ telles\ que\ si\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2\ et\ \lim\limits_{x\to 2} g(x) = +\infty\ alors\ \lim\limits_{x\to+\infty} fog(x) = 2$
4	La fonction $x \mapsto 2 + cos^5x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto -5sinxcos^5x$

EXERCICE 2 (2 *points*)

Pour chaque affirmation du tableau, choisis la bonne réponse.

N°	Affirmation	Réponses		
		a	*b*	*c*
1	X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 5\ et\ p = 0,62$. La probabilité à 10^{-3} près de l'événement $X \geq 1$ est égale à :	0,8	0,908	0,992
2	On admet que $\forall x \epsilon]0;10], f'(x) = lnx - \frac{x}{2} + 1$ La courbe (C_f) admet sur l'intervalle $]0;10]$ un point d'inflexion d'abscisse :	1,2	0,9	2
3	$Le\ nombre\ complexe\ u = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\quad est\ une$	racine huitième de l'unité	racine sixième de l'unité	racine quatrième de l'unité
4	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xsin\frac{2}{x}\right)\ est\ égale$ à	0	2	$+\infty$

EXERCICE 3 (3,5 *points*) Commun à tous sauf les classes de TD2 et TD3

I. Ecris sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes $1 + i$ et $\sqrt{3} + i$.

2. On donne le nombre complexe $u = \dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}$.

a) Ecris u sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique .

$b)$ Déduis – en les valeurs exactes de $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ $et\ sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité graphique 3 cm.
A , B et C sont les points d'affixes respectives $1 + i$, $\sqrt{3} + i$ et $1 + i\sqrt{3}$.

a) Justifie que les points B et C appartiennent au cercle de centre O et de rayon 2.

b) Déduis-en la construction des points B et C.

c) Démontre que ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.

d) Démontre que les droites (OA) et (BC) sont perpendiculaires

4. A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{z - \sqrt{3} - i}{z - 1 - \sqrt{3}i}$.

Détermine l'ensemble (D) des points du plan tels que $\lvert z'\rvert = 1$. Construis (D).

EXERCICE 4 (5 *points*)

I. On considère la fonction g définie sur $[0;\ +\infty[$ par : $\begin{cases} g(x) = 1 - x(\ln x)^2 \text{ si } x > 0 \\ g(0) = 1 \end{cases}$

1. Calcule les limites de g en 0 et en $+\infty$. (en 0 on pourra poser $X = \sqrt{x}$).
2. Etudie la dérivabilité de g en 0. Interprète graphiquement le résultat.
3. a) Démontre que $\forall x \in [0;\ +\infty[, g'(x) = -(2 + \ln x)\ln x$
   b) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
4. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[0;\ +\infty[$ une unique solution α et que $2 < \alpha < 2{,}1$.
   b) Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in [0;\ \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha;\ +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$

II. Soit f la fonction définie sur $]0;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{\ln x}{1 + x\ln x}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 4cm. On admet que $\forall x \in]0;\ +\infty[,\ 1 + x\ln x > 0$.

1. Calcule les limites de f en 0 et en $+\infty$. Interprète graphiquement les résultats.
2. a) Démontre que $\forall x \in]0;\ +\infty[,\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(1 + x\ln x)^2}$
   b) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
3. Démontre que $f(\alpha) = \dfrac{1}{1 + \sqrt{\alpha}}$
4. Soit h la restriction de f à $]0\ ,\ \alpha]$.
   a) Justifie que h admet une bijection réciproque h^{-1}.
   b) h^{-1} est $-$ elle dérivable en $\dfrac{1}{1 + \sqrt{\alpha}}$? Justifie ta réponse.
5. Construis (C). On prendra $f(\alpha) = 0{,}3$

EXERCICE 5 ($3{,}5$ *points*)

Cinq amis nommés A, B, C, D et E achètent en commun une photocopieuse.

Pour des raisons de surface disponible, cette photocopieuse peut être entreposée chez A ou B.

On procède à un vote à bulletin secret pour savoir chez lequel de A ou de B elle sera entreposée. Chacun des cinq amis fait un choix et un seul sur l'une des deux personnes A ou B.

Le résultat d'un vote noté (A, B, B, A, A) signifie que : A a voté pour A, B a voté pour B, C a voté pour B, D a voté pour A et E a voté pour A.

1. Justifie qu'il y a 32 résultats possibles.
2. On désigne par X la variable aléatoire qui, au résultat de chaque vote, associe le nombre de voix obtenues par A.

   a) Justifie que $p(X = 0) = p(X = 5) = \dfrac{1}{32}$
   b) Etablis la loi de probabilité de X.
   c) Justifie que l'espérance mathématique de X est: $E(X) = \dfrac{5}{2}$

UP: Mathématiques

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Année Scolaire : 2020-2021
Niveau : Tle D
Durée : 4h heure

Cette épreuve comporte deux pages numérotée 2/2
Toute calculatrice scientifique est autorisée.
NB : Pas de téléphone

SERIE : D

Exercice 1

Pendant les vacances 2020, un élève joue avec 20 jetons : 13 rouges et 7 verts. Il met 10 jetons rouges et 3 jetons verts dans une boîte cubique et 3 jetons rouges et 4 jetons verts dans une boîte cylindrique

1-Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois jetons au hasard dans une boîte cubique et il regarde combien de jetons rouges il a choisi .on appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de jetons rouges choisis .

a) Détermine la loi de probabilité de X.
b) Calcule l'espérance mathématique de X.

2-un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'élève choisisse d' abord au hasard une des deux boîtes ; puis qu'il prenne alors un jeton, toujours au hasard dans la boîte choisie .on considère les évènements suivants :

A : ≪l' élève choisit la boîte cubique ≫ ;
B : ≪l' élève choisit la boîte cylindrique ≫ ;
R : ≪l' élève prend un jeton rouge ≫ ;
V : ≪l' élève prend un jeton vert ≫.

a) Représente par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.
b) Justifie que $P(R) = \frac{109}{182}$
c) Sachant que l'élève a choisi un jeton rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique ?

3- l'élève reproduit n fois de suite son deuxième jeu, en remettant à chaque fois le jeton tiré à sa place.

Exprime, en fonction de n la probabilité P_n que l'élève ait pris au moins le jeton rouge au cours de ses n choix.

Exercice 2

Soit f une fonction de ℝ vers ℝ par $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}-1}{4-x^2}$

1. Justifie que l'ensemble de définition de la fonction $f$est ;$Df = [\frac{3}{2}\ ; +\infty[\setminus \{2\}$.
2. Démontre que la fonction f admet un prolongement par continuité en 2.

Problème

Le but de cet exercice est l'étude de la fonction définie sur ℝ*par $f(x) = \frac{-4x^3+6x-3}{2x^2}$ .on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), unité graphique : 2 Cm.

Partie A :

On considère la fonction g définie sur ℝ par $g(x) = -2x^3 - 3x + 3$

1. Calcule les limites de$g\ en -\infty\ et\ en +\infty$
2. Etudie le sens de variation de g puis dresse son tableau de variation

3.a) Démontre que g est une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle $\mathbb{K}$ que l'on déterminera

b) En déduis que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $0,7 < \alpha < 0,8$

4. Démontre que : $\forall \in]-\infty\,;\alpha[\, g(x) > 0$ et :$\forall x \in]\alpha\,;+\infty[\ g(x) < 0$

Partie B :

1. Calcule les limites de f à gauche et à droite de 0, puis interpréte graphiquement ces résultats
2. Calcule les limites de $f\, en -\infty\ et\ en +\infty$

3.a) Détermine la dérivée de f et vérifie que : $\forall \in \mathbb{R}^*, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

b) En déduis que : $\forall \in]-\infty\,;0[\cup]\alpha;+\infty[\ f'(x) < 0$ et :$\forall x \in]0\,;\alpha[\ f'(x) > 0$

c) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation

4. Démontre que $f(\alpha) = -3\alpha + \frac{3}{2\alpha}$

5.a) Détermine les nombres a ,b et c tels que :$\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = ax + \frac{bx+c}{2x^2}$

b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = -2x$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C})$.

c) Etudie les positions relatives de $(\mathcal{C})et\ (\Delta)$.

6. Construis (Δ) et $(\mathcal{C})$ dans le repère précèdent (on prendra $\alpha \approx 0,7$).

Partie C

Soit h la restriction de g à l'intervalle $]\alpha;+\infty[$

1. Justifie que h est une bijection de $]\alpha;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
2. soit h^{-1} la bijection réciproque de h, Dresse le tableau de variation de h^{-1}
3. Soit $(\mathcal{C}')$ la représentation graphique de h^{-1}.

Construis $(\mathcal{C}')$ dans le repère précèdent (on justifiera la construction)

4.a) Calcule $h(1)$.

b) h^{-1}est- elle dérivable en $-\frac{1}{2}$? Si oui, détermine $(h^{-1})'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

DRENET ABIDJAN 1 LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN	CLASSE : TD_{15}	ANNEE SCOLAIRE : 2020 – 2021 DATE : 13/4/2021 DUREE : 02 heures 00

EXERCICE 1 : Ecris 1a ou 1b ou 1c si la réponse est correcte

N°	AFFIRMATIONS	a	b	c
1	$\|-2i\| =$	4	2	$\sqrt{2}$
2	$\|-5iz\| =$	$\sqrt{5}\times z$	$5\|Z\|$	$-5\|Z\|$
3	Une racine carrée du nombre complexes $-3+4i$ est	$-1-2i$	$-1+2i$	$1-2i$
4	$2e^{\frac{i2\pi}{3}} =$	$-1+i\sqrt{3}$	$-1-i\sqrt{3}$	$1-i\sqrt{3}$
5	Le conjugué de $(1-i)((5-3i)$ est	$(1-i)(5+3i)$	$(5-3i)(1+i)$	$(5+3i)(1+i)$

EXERCICE 2 : Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations contenues dans le tableau :

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES
1	z est imaginaire pur équivaut à $Im(z) \neq 0$	
2	Le nombre -1 n'a pas de racine carré dans $\mathbb{C}$	
3	La forme exponentielle du nombre complexe $1-i\sqrt{3}$ est $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	
4	L'argument du complexe $-5i$ est $-\pi$	
5	Pour tout nombre complexes z, $\arg(\bar{z}) = -\arg(z) + 2k\pi$	

EXERCICE 3

I. Calculer sous forme algébrique les nombres complexes suivants : $(1+i)^2$ et $(1-i)^2$.
En déduire les racines carrées de $18i$ et $-5i$.

II. Résoudre dans $\mathbb{C}$, les équations suivantes :
$(E_1): (1-i)z - 2 + 3i = 0$
$(E_2): z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$

EXERCICE 4

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. ($unité$: $2cm$).

I. On considère l'équation $(E): Z \in \mathbb{C},\ Z^3 - (1-i)Z^2 + (2+2i)Z + 8i = 0$.
1. Résoudre l'équation $(E'): Z \in \mathbb{C},\ Z^2 - (1-3i)Z - 4 = 0$.
2. Justifier que $2i$ est une solution de l'équation (E).
3. Vérifier que $\forall\ Z \in \mathbb{C}, Z^3 - (1-i)Z^2 + (2+2i)Z + 8i = (Z-2i)[Z^2 - (1-3i)Z - 4]$.
4. En déduire les solutions de l'équation(E).

II. On considère les points $A, B, et\ C$ d'affixes respectives $2i; 2-2i\ et -1-i$.
1. Faire une figure.
2. a) Calculer $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ et En déduire la nature du triangle ABC.
3. Soit D le point d'affixe $2+2i$. Démontrer que les points $A, B, C\ et\ D$ appartiennent à Un même cercle (C) dont on déterminera l'affixe du centre Ω et le rayon
5. Construire(C).

EXERCICE 5

On considère la fonction f definie de $\mathbb{C}$ $dans$ $\mathbb{C}$ par $f(z) = (\bar{z})^2$.
1. Détermine l'ensemble des nombres complexes z $tel\ que$ $f(z) = z$.
2. On pose $z = x + iy$ $avec$ x et y des nombres réels.
   a) Justifie que : $\frac{(\bar{z})^2}{z}$ est un imaginaire pur si et seulement si $x(x^2 - 3y^2) = 0$.
   b) Déduis – en quatre points M tels que le triangle OMM' est rectangle en O.
3. a) Justifie que : $|z| = 1 \iff |f(z)| = 1$.
   b) Détermine les antécédents par f du nombre complexe $os\frac{2\pi}{3} + isin\frac{2\pi}{3}$.

Lycée Classique d'Abidjan
CE MATHEMATIQUES

Année scolaire 2020/2021
Classe : TD14

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

(E_1): $\ln(x^2+x)=\ln 2$; (E_2): $\ln(x-1)+\ln(x+1)=\ln(2+x)$; (E_3) : $-2\ln^2 x+3\ln x+2=0$

(I_1): $\ln^2 x-2\ln x-3\leq 0$; (I_2) : $\ln(1-2x)>\ln(x+3)$; (I_3) : $\dfrac{1-\ln x}{2+\ln x}<0$

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants, donner une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I

a) $f(x)=\dfrac{2x^4-5x^3+2x+3}{x^2}$ $I=]-\infty;0[$; b) $f(x)=\dfrac{1-3x}{3x^2-2x}$ $I=\left]\dfrac{2}{3};+\infty\right[$;

c) $f(x)=\dfrac{(\ln x)^2}{x}$ $I=]0;+\infty[$; d) $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin x}$ $I=\left]\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right[$

EXERCICE 3

Déterminer les ensembles de définition des fonctions f définies par :

1. $f(x)=\ln(3x+2)$ 2. $f(x)=\ln(x^2-4)$ 3. $f(x)=\ln(x+1)+\ln(x-3)$ 4. $f(x)=\ln|x^2-4|$

PROBLEME

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable et définie sur $[0;+\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x)=-\dfrac{x^3}{6}+x^2-\dfrac{x}{2}-x\ln x+\dfrac{2}{3} \quad \text{si } x>0 \\ f(0)=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique 3 cm

Partie A

On donne la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=-\dfrac{x^2}{2}+2x-\dfrac{3}{2}-\ln x$

1- Étudier les variations de g

2- Calculer $g(1)$

3- En déduire que : $\begin{cases} \forall x\in]0;1[, g(x)>0 \\ \forall x\in]1;+\infty[, g(x)<0 \end{cases}$

Partie B

1- Étudier la continuité de f en 0

2- a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$

b) La fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifier

c) Donner une interprétation graphique du résultat de la question 2-a)

3- a) Démontrer que : $\forall x>0, f'(x)=g(x)$

b) En déduire les variations de f

4- a) Calculer la limite de f en $+\infty$

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique du résultat

5- a) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α sur $[1;+\infty[$

b) Vérifier que : $3,2<\alpha<3,3$

c) Construire (C)

LCA

DEVOIR DE MATHEMATIQUES TD6

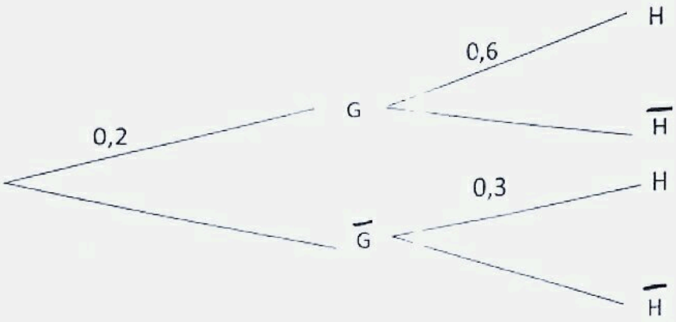
Année Scolaire 2020-2021

EXERCICE 1 (2 points)

DUREE : 02h20 min

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie et faux (F) si elle est fausse.

1- Selon l'arbre de probabilité ci-dessous



On a $P_G(H) = 0{,}7$

2- A et B sont deux évènements indépendants tel que p(A)=0,7 et p(B)= 0,2 alors $p(A \cup B) = 0{,}14$

3- Les valeurs prises par une variable aléatoire X sont 2 ; 3 et a avec $p(X=2)=\frac{1}{3}$, $p(X=3)=\frac{1}{2}$ et $p(X=a)=\frac{1}{6}$

4- Une expérience aléatoire suit un schéma de Bernoulli de paramètres n=10 et $p=\frac{1}{4}$ alors on a P(X=3)=0,25

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes une seule réponse est exacte, choisis la bonne réponse en écrivant le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.

Exemple 1A ou 1B ou 1C

N°	Affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit f une fonction telle que $3-\frac{1}{x} \leq f(x) \leq \frac{1}{x}+3$ On a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ *est egale à*	0	$-\infty$	3
2	f et g sont deux fonctions a, b et l sont soit des nombres réels, soit -∞ . $soit +\infty$ $si\ \lim\limits_{x \to a} f(x) = b\ et\ \lim\limits_{x \to b} g(x) = l$ alors	$\lim\limits_{x \to a} gof(x) = l$	$\lim\limits_{x \to a} fog(x) = l$	$\lim\limits_{x \to b} gof(x) = l$
3	La fonction f définie par $f(x) = \tan x$ a pour primitive	$x \to \ln(\cos x)$	$x \to \ln(\tan x)$	$x \to -\ln(\cos x)$
4	L'inéquation $\ln(2x+1) < \ln(x+4)$ a pour solution	$\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$	$\left]-\frac{1}{2};3\right[$	$]-\infty;3[$

EXERCICE 3 (5,5 points)

Pour préparer le Baccalauréat, seuls 44 des 50 élèves d'une classe de TleD étudient. Une enquête menée auprès des structures du ministère de l'éducation nationale a révélé les résultats suivants :

Quand un élève étudie, la probabilité qu'il réussisse à son examen est égale à 0,85 et quand un élève n'étudie pas, la probabilité qu'il échoue à son examen est 0,95. On désigne par :

E l'évènement « l'élève étudie »

R l'évènement « l'élève réussit son Baccalauréat »

1- Construis l'arbre de probabilité en indiquant les informations données ci-dessous
2- Justifie que p(R)=0,754
3- Les évènements E et R sont-ils indépendants ? Justifie ta réponse
4- Si l'élève échoue au baccalauréat, quelle est la probabilité qu'il n'étudie pas ?
5- On choisit un à un, n élèves de la même classe .On admet que chaque choix est indépendant des autres

a- Calcule la probabilité P_o qu'aucun de ces n élèves ne réussissent au Baccalauréat

b- Démontre que la probabilité P_n qu'au moins un de ces n élèves réussissent au baccalauréat est égale à $1-(0{,}246)^n$

c- Détermine le plus petit entier naturel n tel que $P_n \geq 0{,}96$

EXERCICE 4 (5,5 points)

A- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J) .On considère les fonctions h et g definies sur $]0\,;1[$ par : $h(x)=x[\ln(1-x)-\ln(x)]$ et $g(x)=ln\left(\frac{1-x}{x}\right)+\frac{1}{x-1}$

1- Justifie que h est une primitive de g sur $]0\,,1[$

2- Détermine la primitive G de g qui s'annule en $\frac{1}{2}$

B- Soit la fonction f definie sur $[0\,;1[$ par : pour $x\in\,]0\,;1[$ $f(x)=xln\left(\frac{1-x}{x}\right)$ et $f(0)=0$

1- Justifie que f est continue en 0

2- a) Etudie la dérivabilité de f en 0

b) Interprète graphiquement le résultat

EXERCICE 5 (5 points)

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1000 et 3000.On suppose que toute la production est commercialisée .Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle $[1\,;3]$ par la fonction B définie par :

$$B(x)=-\frac{1}{2}x^2+x+2+2lnx$$

Le Directeur de l'usine veut accroitre le chiffre d'affaires de l'entreprise. Il demande donc au comptable de l'usine le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal le comptable t'associe à ce projet.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

Lycée Classique d'Abidjan
CE MATHEMATIQUES

Mercredi 19 Mai 2021
Niveau : terminale D

EXERCICE I

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 1$ et pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

1. On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$
   a) Tracer dans un repère orthonormé (O,I,J) (unité : 2 cm), la représentation graphique (C) de la fonction f et la droite (Δ) d'équation $y = x$
   b) Calculer les coordonnées du point d'intersection de (C) et de (Δ)
   c) Représenter sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite (u_n)
   d) Conjecturer sur les sens de variation et la limite de la suite (u_n)
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout nombre entier naturel n par : $v_n = u_{n+1} - u_n$
   a) Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$. En déduire la nature de la suite (v_n) et préciser son premier terme v_0.
   b) En déduire v_n en fonction de n
   c) Exprimer v_n en fonction de u_n et en déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $u_n = -3\times\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$
   d) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
   e) Déterminer la limite de la suite (u_n)

EXERCICE II

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre moyen de repas servis par semaine à la cantine d'un groupe scolaire primaire de la commune de Yamoussoukro lors des neuf premières semaines de l'année scolaire 2014-2015.

Semaines x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre moyen de repas y_i (en milliers)	10	15	19	27	34	42	46	50	54

1. a) Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i;y_i)$ associé à la série statistique double $(X;Y)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal (O,I,J). On prendra :
   - Sur l'axe (OI) : 1 cm pour une semaine
   - Sur l'axe (OJ) : 1 cm pour 5000 repas

   b) Peut-on effectuer un ajustement linéaire de cette série statistique double ? Justifier la réponse
   c) Calculer les coordonnées du point moyen G et placer le dans le repère (O,I,J)
2. a) Calculer la variance $V(X)$ de X et la variance $V(Y)$ de Y
   b) Démontrer par la méthode des moindres carrés qu'une équation de la droite (D) de régression de y en x est :
   $y = \frac{35}{6}x + \frac{23}{6}$
   c) Construire la droite (D) dans le repère.
3. Calculer le coefficient de corrélation r et interpréter le résultat.
4. On suppose que ce modèle affine reste valable durant toute l'année scolaire.
   Déterminer une estimation du nombre moyen de repas servis pour la 12 ième semaine :
   a) Par le calcul
   b) Par le graphique en laissant apparaitre en pointillés les traits de construction

EXERCICE III

Calculer les intégrales :

$$I = \int_1^2 \ln(1+x^2)dx + \int_2^1 \ln(1+x^2)dx \quad ; \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos a\, dt \quad ; \quad K = \int_1^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2+2}}dx \quad ; \quad L = \int_{-1}^2 x^2 e^3 dx$$

Devoir de mathématiques TD12

14/01/21 Durée : 1h45

EXERCICE :

5 candidats dont 2 filles participent à un concours de danse.
On les classera tous sans ex aequo. On note X la variable aléatoire désignant le rang de la première des filles.

1) Justifie que les valeurs prise par X sont 1, 2, 3, ou 4.
2) Recopie et compléte le tableau de la loi de probabilité de X suivant.

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	

On fait reprendre le concours avec les mêmes candidats tous les samedis sur 2 mois (8 samedis au total).
Les concours sont indépendants. On note Y le nombre de fois sur les 8 que la première des filles est classée 2 ième.

3) Donne les valeurs prises par Y et calcule son espérance mathématique.
4) Calcule P (Y = 3)
5) Calcule la probabilité qu'au moins 1 fois sur 8, la première des filles soit classée 2 ième.

PROBLEME :

Partie A :

1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = -1 + \frac{2x-1}{\sqrt{|x^2-x|}}$.
   - a- Détermine l'ensemble de définition D_f de f.
   - b- Ecris f sans le symbole de valeur absolue.
   - c- Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.
2) a- Vérifie que : $\forall x \in]1; +\infty[, f'(x) = \frac{-1}{2(x^2-x)\sqrt{x^2-x}}$.

   b- Etudie les variations de f et déduis-en que : $\forall x \in]1; +\infty[, f(x) > 0$.
3) Détermine la primitive de f sur $]1; +\infty[$ qui prend la valeur $2\sqrt{2}$ en 2.

Partie B :

Soit la fonction g définie sur $[1; +\infty[$ *par* : $g(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \sqrt{x^2 - x}$ *et* (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Etudie la dérivabilité de g à droite en 1. Interprète graphiquement le résultat.
2) a- Justifie que $\forall x \in]1; +\infty[, g'(x) = \frac{1}{2}f(x)$.

   b- Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

   c- Dresse le tableau de variation de g.
3) Justifie que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ est asymptote de (C_g).
4) Justifie que g réalise une bijection de $[1; +\infty[$ sur un intervalle J à déterminer.
5) g^{-1} étant la bijection réciproque de g justifie que $g^{-1}(1) = \frac{4}{3}$
6) Calcule $(g^{-1})'(1)$.
7) Trace (D), (C_g) et $(C_{g^{-1}})$ la courbe représentative de g^{-1} dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Lycée Sainte Marie DST de MATHEMATIQUES Terminales D

Mercredi 6 Décembre 2017 Durée : 3 heures 30 min

Exercice 1

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 5 rouges, 3 jaunes et 2 vertes

Les questions 1., 2. et 3. sontindépendantes. On donnera toutes les réponses sous forme de fractions irréductibles

1 . On tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : les trois boules sont rouges B : trois boules sont de la même couleur

C : il y a au plus 2 boules jaunes dans le tirage

b. Donner parmi ces évènements deux qui sont incompatibles

2. On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité des évènements suivants :

D : obtenir exactement une boule verte et F : obtenir au moins une boule verte

3. Dans cette question, on remplace les 5 boules rouges par n boules rouges avec n est un entier naturel supérieur ou égalà 2. L'urne contient alors n+5 boules.Et on tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne. On considère les évènements suivants

G : tirer deux boules rouges etH : tirer deux boules de la même couleur

a- justifier que la probabilité de Gest $p(G) = \frac{n(n+1)}{(n+5)(n+4)}$

b. Calculer en fonction de n, la probabilité de H

Exercice 2

Droguas'amuserégulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but en jouant une partie qui consiste à tirer successivement deux penaltys. On constate que :

-La probabilité que Droguaréussisse le premier penalty est égale a 0 ,8.

-S'il réussit le premier penalty, alors la probabilité de réussir le second penalty est 0 ,7.

-S'il manque le premier, la probabilité de réussir le second est alors 0 ,5.

On note R_1l'évènement : le premier penalty est réussi et R_2l'évènement : le second penalty est réussi

1. Représenter la situation par un arbre pondère de probabilité
2. Calculer la probabilité que les deux penaltys soient réussis
3. Calculer la probabilité que le second penalty soit réussi
4. Les évènements R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? Justifier.
5. On note A l'évènement : Drogua a réussi exactement un penalty au cours de la partie. Montrer que la probabilité de A est égale a 0,34.
6. Drogua joue cinq parties indépendantes.Calculer la probabilité que :
   a- L'évènement A se réalise exactement trois fois
   b- L'évènementA se réalise au moins une fois

Probleme

PartieA

On considère les fonctions h et H définies sur $\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[$ $h(x)=5x\sqrt{2x+1}$ et

$H(x)=\left(2x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right)\sqrt{2x+1}$

1- Démontrer que H est une primitive de h sur $\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[$

2- Déterminer la primitive sur $\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[$ de h qui prend la valeur 1 en 0.

Partie B

On considère la fonction f de IR vers IR définie par $f(x)=\frac{x}{x+1}+\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

(C_f) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé

1. a- Déterminer l'ensemble de définition de f

b- Démontrer que la droite (Δ) d'équation y=1 est une asymptote horizontale a (C_f)

c- Démontrer que la droite (Δ') d'équation x = - 1 est une asymptote verticale a (C_f)

d- Démontrer que (C_f) coupe (Δ) en un seul point B dont on précisera les coordonnées

2.a- Justifier que pour tout x de $]-1;+\infty[$ on a : $f'(x)=\frac{2-\sqrt{x+1}}{2(x+1)^2}$

b- Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de f

c- Dresser le tableau de variation de f

3.a- Justifier que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α

b- Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0 ,1.

c-Justifier que : $f(x)\leq 0$ pour $-1 < x\leq\alpha$ et $f(x)>0$ pour $x>\alpha$

4. Déterminer une équation de la tangente (T) a (C_f) au point d'abscisse 0.

5. Soit g la restriction de f a l'intervalle de $]-1;3[$

a- Démontrer que g réalise une bijection de $]-1;3[$ vers un ensemble K a préciser.

b. On note g^{-1} la bijection réciproque de g.

Calculer g(0) et étudier la dérivabilité de g^{-1} en 1.

c. Dresser le tableau de variation de g^{-1}

d- Déterminer une équation de la tangente (L) a la courbe (Γ) de g^{-1} au point d'abscisse 1.

6.Construire (Δ) ,(Δ') ,(T),(L) ,(C_f) et (Γ) dans un même repère.

Lycée Classique d'Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES	2020-2021
Classe : TD4 et TD5	Durée : 2h	Date : 08/01/2021

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient. Exemple: 7- B

N°	AFFIRMATIONS	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$ et si k est un nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ alors l'équation $f(x) = k$ admet	zéro solution dans $]a;b[$	au moins une solution dans $]a;b[$ α	au moins une solution qui n'appartient pas à $]a;b[$
2	L'image d'un intervalle par une fonction continue est	α un intervalle	un intervalle fermé	un intervalle ou un singleton
3	Si f est une fonction continue et strictement monotone sur I, alors	f est une bijection de I sur $f(I)$ α	f est une bijection de I sur I.	f est une bijection de I sur $\mathbb{R}$
4	Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors la courbe (C_f) de f admet une	branche parabolique de direction celle de (OJ) en $+\infty$.	branche parabolique de direction celle de (OI) en $-\infty$.	branche parabolique de direction celle de (OJ) en $-\infty$. α
5	Si $\forall x \in]a;+\infty[, f(x) \leq g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ alors	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ α	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

EXERCICE 2

Ecris sur ta copie le numéro des affirmations ci-dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

1. La probabilité conditionnelle de E sachant F est : $\frac{P(\cap F)}{P(E)}$ $\quad \frac{P(E\cap F)}{P(E)}$
2. Si P(A) = 0 alors $P_A(B) = P(B)$
3. Si les événements R et S sont indépendants alors P(RUS) = P(R) x P(S)
4. Lorsque deux événements A et B sont Incompatibles alors P(AUB) = P(A) + P(B)

EXERCICE 3

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle$]0\,;+\infty[$ par: $g(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x}} + 1$

1) Calcule les limites de g en 0 et $+\infty$

2) a- Démontre que $\forall x \in]0\,;+\infty[\,;\ g'(x) = \frac{3x^2+1}{2x\sqrt{x}}$

   b- En déduis le sens de variation de g.

   c- Donne le tableau de variation de g.

3) a- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0\,;+\infty[$.

   b- Justifie que $0{,}5 < \alpha < 0{,}6$.

Lycée Classique d'Abidjan
CE MATHEMATIQUES

Année scolaire 2020/2021
Niveau : terminale D

EXERCICE 1

1- On considère la fonction h dérivable et définie sur l'intervalle $[0;1]$ par : $h(x) = 2x - x^2$

a) Démontrer que h est strictement croissante sur l'intervalle $[0;1]$

b) En déduire que l'image de l'intervalle $[0;1]$ par h est l'intervalle $[0;1]$

2- Soit u la suite définie par : $u_0 = \frac{3}{7}$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = h(u_n)$

a) Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ 0 < u_n < 1$

b) Démontrer que la suite u est croissante.

c) Justifier que la suite u est convergente.

3- On considère la suite v définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = \ln(1 - u_n)$.

a) Démontrer que v est une suite géométrique de raison 2.

b) Exprimer v_n en fonction de n

c) Calculer la limite de la suite v.

d) En déduire la limite de la suite u

EXERCICE 2

Soit a un nombre réel donné. On considère les suites u et v définies respectivement par :

- $u_0 = 3,\ u_1 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = \frac{1}{2}(a+1)^2 u_{n+1} + (a-2)u_n$
- $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = u_{n+1} - u_n$

1. On pose : $a = 1$

a) Démontrer que la suite v est constante et donner sa valeur.

b) En déduire que u est une suite arithmétique dont la raison est égale à 2.

2. On pose : $a = -5$

a) Démontrer que v est une suite géométrique dont la raison est égale à 7

b) Exprimer v_n en fonction de n

c) Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, exprimer en fonction de n la somme T_n où

$$T_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$$

d) Exprimer u_n en fonction de T_n

e) En déduire que la suite u est divergente.

EXERCICE 3

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$

1) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N},\ u_n \leq -1$

2) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} \leq u_n$

3) Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n + 1 \quad (n \in \mathbb{N})$

a) Prouver que la suite (v_n) est majorée.

b) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N},\ v_n = -2^{n+1}$

Rectification au verso

LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN NIVEAU : Terminale D	DEVOIR DE MATHEMATIQUES Durée : 4h	Année scolaire 2020-2021 11/02/2021

EXERCICE 1 (2 *points*)

Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie et FAUX si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	$Si\ z = (1 - \sqrt{5})\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$ alors un argument de z est $\frac{\pi}{3}$
2	Pour tous nombres complexes $z\ et\ z'$, $\|z\| = \|z'\|$ équivaut à $z = z'$ ou $z = -z'$
3	$f\ et\ g\ sont\ des\ fonctions\ telles\ que\ si\ \lim_{x\to+\infty} f(x) = 2\ et\ \lim_{x\to 2} g(x) = +\infty\ alors\ \lim_{x\to+\infty} fog(x) = 2$
4	La fonction $x \mapsto 2 + cos^5x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto -5sinxcos^5x$

EXERCICE 2 (2 *points*)

Pour chaque affirmation du tableau, choisis la bonne réponse.

N°	Affirmation	Réponses		
		a	*b*	*c*
1	X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 5\ et\ p = 0{,}62$. La probabilité à 10^{-3} près de l'événement $X \geq 1$ est égale à :	0,8	0,908	0,992
2	On admet que $\forall x \epsilon]0;10], f'(x) = lnx - \frac{x}{2} + 1$ La courbe (C_f) admet sur l'intervalle $]0;10]$ un point d'inflexion d'abscisse :	1,2	0,9	2
3	$Le\ nombre\ complexe\ u = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\quad est\ une$	racine huitième de l'unité	racine sixième de l'unité	racine quatrième de l'unité
4	$\lim_{x\to+\infty}\left(xsin\frac{2}{x}\right)\ est\ égale\ à$	0	2	$+\infty$

EXERCICE 3 (3,5 *points*) Commun à tous sauf les classes de TD2 et TD3

1. Ecris sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes $1 + i$ et $\sqrt{3} + i$.

2. On donne le nombre complexe $u = \dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}$.

a) Ecris u sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique .

$b)$ Déduis – en les valeurs exactes de $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\ et\ sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité graphique 3 cm.

A, B et C sont les points d'affixes respectives $1 + i$, $\sqrt{3} + i$ et $1 + i\sqrt{3}$.

a) Justifie que les points B et C appartiennent au cercle de centre O et de rayon 2.

b) Déduis-en la construction des points B et C.

c) Démontre que ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.

d) Démontre que les droites (OA) et (BC) sont perpendiculaires

4. A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{z - \sqrt{3} - i}{z - 1 - \sqrt{3}i}$.

Détermine l'ensemble (D) des points du plan tels que $|z'| = 1$. Construis (D).

EXERCICE 4 (5 *points*)

I. On considère la fonction g définie sur $[0;\ +\infty[$ par : $\begin{cases} g(x) = 1 - x(\ln x)^2 \ si\ x > 0 \\ g(0) = 1 \end{cases}$.

1. Calcule les limites de g en 0 et en $+\infty$. (en 0 on pourra poser $X = \sqrt{x}$).
2. Etudie la dérivabilité de g en 0. Interprète graphiquement le résultat.
3. a) Démontre que $\forall x \in [0;\ +\infty[,\ g'(x) = -(2 + \ln x)\ln x$

   b) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
4. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[0;\ +\infty[$ une unique solution α et que $2 < \alpha < 2{,}1$.

   b) Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in [0;\ \alpha[,\ g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha;\ +\infty[,\ g(x) < 0 \end{cases}$

II. Soit f la fonction définie sur $]0;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{\ln x}{1 + x\ln x}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 4cm. On admet que $\forall x \in]0;\ +\infty[,\ 1 + x\ln x > 0$.

1. Calcule les limites de f en 0 et en $+\infty$. Interprète graphiquement les résultats.
2. $a)$ Démontre que $\forall x \in]0;\ +\infty[,\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(1 + x\ln x)^2}$

   $b)$ Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
3. Démontre que $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha + \sqrt{\alpha}}$
4. Soit h la restriction de f à $]0\ ,\ \alpha]$.

   a) Justifie que h admet une bijection réciproque h^{-1}.

   $b)$ h^{-1} est – elle dérivable en $\dfrac{1}{\alpha + \sqrt{\alpha}}$? Justifie ta réponse.
5. ~~Construis (C). On prendra $f(\alpha) = 0{,}3$~~

EXERCICE 5 (3,5 *points*)

Cinq amis nommés A, B, C, D et E achètent en commun une photocopieuse.

Pour des raisons de surface disponible, cette photocopieuse peut être entreposée chez A ou B.

On procède à un vote à bulletin secret pour savoir chez lequel de A ou de B elle sera entreposée. Chacun des cinq amis fait un choix et un seul sur l'une des deux personnes A ou B.

Le résultat d'un vote noté (A, B, B, A, A) signifie que : A a voté pour A, B a voté pour B, C a voté pour B, D a voté pour A et E a voté pour A.

1. Justifie qu'il y a 32 résultats possibles.
2. On désigne par X la variable aléatoire qui, au résultat de chaque vote, associe le nombre de voix obtenues par A.

   $a)$ Justifie que $p(X = 0) = p(X = 5) = \dfrac{1}{32}$

   $b)$ Etablis la loi de probabilité de X.

   $c)$ Justifie que l'espérance mathématique de X est: $E(X) = \dfrac{5}{2}$