

Lycée Classique d'Abidjan
 CE MATHÉMATIQUES

Mercredi 04 Décembre 2019
 Niveau : terminale D

DEVOIR DE CLASSE N°4

EXERCICE 1

Une seule des réponses proposées est exacte

	A	B	C
1 Pour tout $x \neq 2$, $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$. Alors $f'(x) = \dots$	$\frac{3x^2 - 10x + 6}{(x - 2)^2}$	$3x^2 - 10x + 6$	$\frac{x^2 - 4x + 6}{(x - 2)^2}$
2 Pour tout $x \neq \frac{1}{2}$, $f(x) = \frac{3}{(2x - 1)^3}$. Alors $f'(x) = \dots$	$\frac{6x - 21}{(2x - 1)^4}$	$\frac{-18}{(2x - 1)^4}$	$18(2x - 1)^{-4}$
3 Pour tout $x \in [-1; 1]$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Alors pour tout $x \in]-1; 1[$, $f'(x) = \dots$	$\frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$	$\frac{x}{2\sqrt{1 - x^2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{1 - x^2}}$
4 Si $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$. Alors $f'(x) = \dots$	$-\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$	$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$	$-\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

EXERCICE 2

A- Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$; b) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{3 - 4x}}$

c) $f(x) = \tan x + \frac{x}{\cos^3 x}$; d) $f(x) = \left(\frac{x}{x^4 + 1}\right)^3$

B- On considère la fonction f définie sur $]0; 1[$ par : $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2(x - 1)^2}$

a) Déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x - 1)^2}$

b) En déduire la primitive F de f sur $]0; 1[$ vérifiant la condition $F\left(\frac{1}{2}\right) = 6$

EXERCICE 3

Soit la fonction numérique G définie par : $G(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x + 1}$ où a , b et c sont des nombres réels

1- Démontrer que pour $x > -\frac{1}{2}$, $G'(x) = \left[\frac{5ax^2 + (3b + 2a)x + b + c}{2x + 1} \right] \sqrt{2x + 1}$

2- Déterminer les nombres réels a , b et c pour que G soit une primitive de la fonction g définie sur $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par $g(x) = x\sqrt{2x + 1}$

EXERCICE 4

f et u sont les fonctions définies sur l'intervalle $I = \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ par : $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$ et $u(x) = \frac{1}{\cos^4 x}$.

1. Vérifiez que pour tout x de I , $f'(x) = \frac{3}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$.

2. En utilisant une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$, trouvez une primitive sur I de la fonction u .

EXERCICE 1

On dispose, dans une urne, de vingt-six cartons indiscernables au toucher. Sur chacun d'eux est inscrite une des lettres de l'alphabet, sans que deux cartons portent la même lettre.

On tire, successivement et sans remise, trois cartons de l'urne. Quelle est la probabilité de tirer :

1. Trois voyelles ?
2. Trois consonnes ?
3. Les lettres B, A, C
 - a) dans cet ordre ?
 - b) sans tenir compte de l'ordre ?

EXERCICE 2

Dans un groupe de 500 élèves, 350 pratiquent un sport et 200 font de la musique ; 100 élèves pratiquent les deux activités. On choisit un élève au hasard dans le groupe. On considère les événements :

- A : « l'élève choisi fait du sport » ;
- B : « l'élève choisi fait de la musique »

1. Déterminer les probabilités de chacun des événements A et B
2. Écrire une phrase décrivant l'événement $A \cap B$, puis en déterminer la probabilité.
3. On souhaite déterminer la probabilité de l'événement $A \cup B$
 - a) Écrire une phrase décrivant l'événement
 - b) Matthieu détermine la probabilité de l'événement $A \cup B$ et propose :
 $P(A) = 0,7$ et $P(B) = 0,4$. Donc la probabilité de $A \cup B$ est $0,7 + 0,4 = 1,1$
 Commenter la démarche de Matthieu
 - c) Proposer une solution pour le calcul de la probabilité $P(A \cup B)$ de l'événement $A \cup B$

EXERCICE 3

Dans un lycée il y a 60% de garçons et 40% de filles.

Parmi les garçons 20% prennent le transport en commun

Parmi les filles 15% prennent le transport en commun

- 1- a) Traduire les données du texte en termes de probabilité
 b) Faire un arbre de probabilité
- 2- On interroge un élève au hasard, quelle est la probabilité qu'il prenne le transport en commun ?
- 3- Par un matin fort brumeux, on aperçoit devant le lycée la silhouette d'un élève descendu du bus. Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille ?

EXERCICE 4

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1}$$

- 1) Étudier les variations de f , puis dresser son tableau de variation
- 2) Déterminer les images par f de chacun des intervalles suivants $]-\infty; -5[$ et $[2; 3]$
- 3) Montrer que l'application $g :]1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1} \text{ est une bijection de }]1; +\infty[\text{ vers un intervalle } J \text{ que}$$

l'on déterminera

- 4) Dresser le tableau de variation de l'application réciproque g^{-1} de g , sans expliciter g^{-1}
- 5) Montrer que l'équation : $x \in \left]0; \frac{1}{2}\right[, f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 .

Trouver une valeur approchée de x_0 à $5 \cdot 10^{-3}$ près.

Lycée Classique d'Abidjan
 UP MATHÉMATIQUES

Mercredi 16 Octobre 2019
 Classe : TD₅ & TD₆

DEVOIR DE CLASSE N° 2

EXERCICE 1

Dans cet exercice les probabilités demandées seront données sous forme fractionnaire.
 Lors d'une enquête réalisée auprès d'élèves de classe de terminale, on apprend que 60% des élèves sont des filles. De plus 40% des filles et 30% des garçons fument.

On choisit un élève au hasard. On note A l'événement « l'élève choisi fume » et $P(A)$ la probabilité de cet événement. On note F l'événement « l'élève choisi est une fille ».

1- Quelle est la probabilité que :

- a) cet élève soit un garçon ?
- b) cet élève soit une fille qui fume ?
- c) cet élève soit un garçon qui fume ?

2- En déduire, le justifiant, que $P(A) = \frac{9}{25}$

3- L'enquête permet de savoir que :

- Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;
- Parmi les élèves non fumeurs, 65% ont des parents non fumeurs.

On note B l'événement « l'élève choisi a des parents fumeurs »

- a) Traduire cette partie de l'énoncé par un arbre de probabilités.
- b) Calculer la probabilité $P(A \cap B)$
- c) Calculer les probabilités $P(\bar{A})$ et $P(B/\bar{A})$. En déduire $P(\bar{A} \cap B)$
- d) En déduire, en le justifiant, $P(B)$

EXERCICE 2

Partie A

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

- 1- Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$ puis dresser son tableau de variation
- 2- a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$
- b) Justifier que $0,6 < \alpha < 0,7$
- 3- Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

Partie B

Soit la fonction f définie sur $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{3} \left(x^2 + x + \frac{1}{x} \right)$

1- Démontrer que : $\forall x \neq 0, f'(x) = \frac{g(x)}{3x^2}$

- 2- a) Étudier le sens de variation de f
- b) Calculer les limites de f en 0 , en $-\infty$ et en $+\infty$
- c) Dresser le tableau de variation de f

3- Démontrer que $f(\alpha) = \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{2\alpha}$; en déduire un encadrement de $f(\alpha)$

4- On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 3 cm.

On appelle A le point de (C) d'abscisse -1 et B le point de (C) d'abscisse 1

- a) Vérifier que la droite (AB) est la tangente à (C) en B
- b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en A
- c) Étudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la tangente (T)
- d) Construire (T) , (AB) et (C)

Lycée Mamie Fatai de Bingerville

Année scolaire 2018-2019

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N.1 2h TD7

EXERCICE

1) Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la limite en 0.

a- $f(x) = \frac{\sin(7x)}{3x}$

b- $f(x) = \frac{x^3 \cos^4(x)}{\sin^2(x)}$

3) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x(x+1)}{x^2+4}$

a) Justifier que $\frac{x}{x^2+4} < f(x) \leq \frac{x+1}{x^2+4}$

b) En déduire les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2) On considère la fonction g définie par : $g(x) = \frac{2x - \sqrt{5-x}}{2x^2-2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de g

b) Calculer la limite de $g(x)$ en 1. g est-elle prolongeable par continuité en 1 ? Si oui définir ce prolongement.

PROBLEME

Partie A

On considère le polynôme P définie par : $P(x) = 4 + 3x - x^3$

1) Donner l'ensemble de définition de P et calculer les limites de P aux bornes de cet ensemble.

2) Calculer $P'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variation P .

3) Montrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une seule solution α et que $2,1 < \alpha < 2,2$.

4) Montrer que $\forall x \in]-\infty; \alpha[, P(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, P(x) < 0$.

Partie B

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{x^3+2}{x^2-1}$. (C_f) désigne la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni du repère orthonormé $(O; I; J)$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble.

Donner éventuellement les interprétations graphiques des résultats des calculs des limites.

2) Montrer que (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C_f) .

3) Etudier les positions relatives de (C_f) et (Δ) .

4) Montrer que $f(\alpha) = \frac{3\alpha}{2}$ et en déduire l'encadrement de $f(\alpha)$ par deux décimaux d'ordre 2.

5) On admet que f est dérivable sur D_f , montrer que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{-xP(x)}{(x^2-1)^2}$

6) Etudier le signe de $f'(x)$, donner le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f .

7) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse -2 .

8) Soit g la restriction de f à l'intervalle $] -\infty; -1[$.

a) Montrer que g est une bijection de $] -\infty; -1[$ vers un intervalle K à préciser.

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}

LCA	Mercredi 13 novembre 2019	2019-2020
DEVOIR DE NIVEAU N° 1 DE MATHÉMATIQUES T ¹ ^e D : 3H		

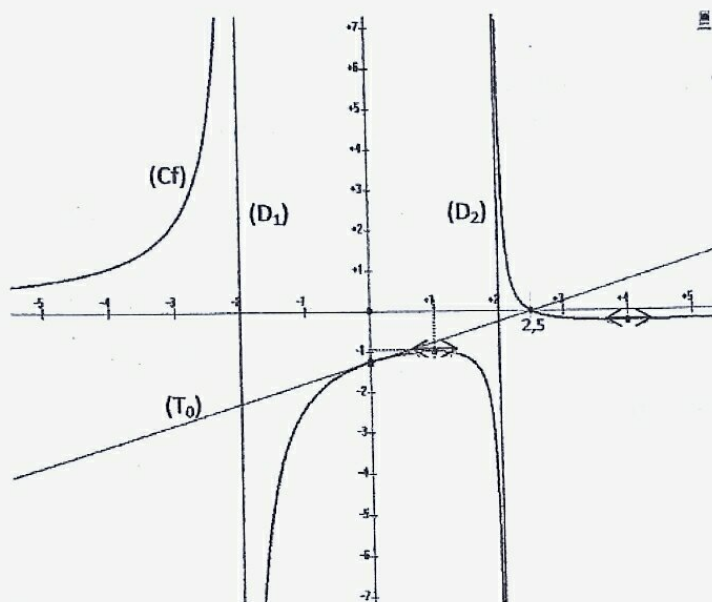
EXERCICE 1 (5pts)

1. En observant le graphique ci-dessous représentant la courbe (C_f) d'une fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:

a) Détermine graphiquement l'ensemble de définition de f

b) Précise : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

c) Précise les asymptotes (noms et équations) à la courbe (C_f) représentant f .



2. (T_0) est la tangente à (C_f) au point d'abscisse 0.

Les points d'intersection de (C_f) et (T_0) sont $(0; -1,25)$ et $(2,5; 0)$.

On admet que la courbe (C_f) passe par le point $(4; -0,25)$

a) Détermine l'équation de la tangente (T_0)

b) Précise la position relative de (C_f) par rapport à (T_0) .

c) Donne le sens de variation de f .

d) Précise les valeurs de $f'(1)$ et $f'(4)$. Justifie tes réponses.

e) En déduire le tableau de variation de f .

EXERCICE 2 (5pts)

Une grande enseigne décide d'organiser un jeu permettant de gagner un bon d'achat.

Le jeu se déroule en deux étapes :

- **Étape 1** : chaque client tire au hasard une carte sur laquelle figure un nombre de 1 à 50, chaque numéro ayant la même probabilité d'être découvert ;

- **Étape 2** :

— s'il découvre un numéro compris entre 1 et 15, il fait tourner une roue divisée en 10 secteurs de même taille dont 8 secteurs contiennent une étoile;

— sinon, il fait tourner une autre roue divisée, elle aussi, en 10 secteurs de même taille dont un seul secteur contient une étoile.

Un bon d'achat est gagné par le client si la roue s'arrête sur une étoile.

Un client joue à ce jeu. On note :

N l'évènement « Le client découvre un numéro entre 1 et 15 » ;

E l'évènement « Le client obtient une étoile ».

1. a. Justifier que $P(N) = 0,3$ et que $P_N(E) = 0,8$.

b. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15 et une étoile.

3. Justifier que la probabilité que le client gagne un bon d'achat est égale à 0,31.

4. Le client a gagné un bon d'achat. Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu un numéro entre 1 et 15 à la première étape.

PROBLEME (10pts)

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1$.

1. Etudie les variations de g .

2) Dresse le tableau de variations de g en précisant les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

3) Calcule $g\left(-\frac{1}{2}\right)$

4) Détermine l'image par g de chacun des intervalles suivants : $]-\infty; -\frac{1}{2}]$ et $[-\frac{1}{2}; +\infty[$.

5) En déduis que : $\forall x \in]-\infty; -\frac{1}{2}], g(x) \geq 0$ et $\forall x \in [-\frac{1}{2}; +\infty[, g(x) \leq 0$.

Partie B : Utilisation d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction f définie par : $f(x) = -x^2 + 3x + \frac{1}{x}$ et de courbe représentative (C) .

1) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

2) En déduire le sens de variations de f .

3) Détermine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

4) Interprète graphiquement les résultats de ces limites.

5) Justifie que (C) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction (OJ).

6) Dresse le tableau de variations de f .

7) Justifie que $\forall x \in]-\infty; 0[, f(x) < 0$

8) Démontre que sur $]0; +\infty[$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α .

9) Justifie que $\alpha \in]3; 4[$

10) Détermine un encadrement de α à 10^{-1} près.

11) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

12) Construis (C).

(On remarquera que la courbe (C) au point d'abscisse 1 admet une tangente horizontale qui traverse la courbe.)

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES Tles D8 et TD9	Année Scolaire 2019-2020
Lundi, 2 Décembre 2019		Durée : 1 h 50 min

Exercice 1

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, (C) sa courbe représentative et a un nombre réel.
Répondre par vrai (V) ou faux (F) aux affirmations suivantes.

N°	Affirmations	Réponses
1	Soit $f(x) = \frac{1}{x}$. On a $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{d^2 f}{dx^2}(x) = \frac{2}{x^3}$	
2	Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = +\infty$ alors (C) admet au point d'abscisse a une demi-tangente horizontale.	
3	Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$ alors (C) admet au point d'abscisse a une tangente horizontale.	
4	f est une fonction dérivable sur $[0; 5]$ et bijective de $[0; 5]$ sur $[-1; 3]$ telle que $f(4) = 2$. Si $f'(4) = 0$ alors f^{-1} est dérivable en 2	
5	Si $f(x) = x $ alors f est dérivable en 0	
6	Si f est continue en a alors f est dérivable en a	

Exercice 2

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 3x - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x-5}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Montre que la fonction f est continue en 1.
 - La fonction f est-elle dérivable en 1
 - Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.
2. a et b sont deux nombres réels
On donne la fonction g suivante

$$\begin{cases} \text{Si } x \geq 0 \text{ alors } g(x) = 3x^2 + x + a \\ \text{Si } x < 0 \text{ alors } g(x) = bx + 2 \end{cases}$$

Détermine a et b pour que la fonction g soit dérivable en 0

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, déterminer sur l'intervalle K la fonction dérivée de la fonction f

- $f(x) = (7x^2 + x - 5)^5$ $K = \mathbb{R}$
- $f(x) = \cos\left(3 - \frac{2}{x}\right)$ $K = \mathbb{R}^*$
- $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ $K =]0; +\infty[$
- $f(x) = \sin^3\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ $K = \mathbb{R}$

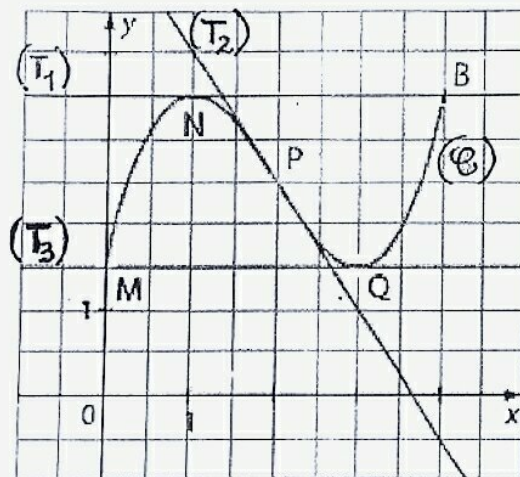
Exercice 4

On considère la fonction g dérivable et définie sur $]2; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$

1. a) Etudier le sens de variation de g sur $]2; +\infty[$
 b) Dresser le tableau de variation de g
 c) Démontrer que g réalise une bijection de $]2; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser.
2. Calculer $g(3)$, $g'(3)$ et $(g^{-1})'(2)$

Exercice 5

1. On considère la fonction h définie sur $[0; 4]$ par $h(x) = 2x^3 - 12x^2 + 55$ et on note (C) sa courbe représentative.
 a) Calcule $h'(x)$ et $h''(x)$
 b) La courbe (C) admet-elle un point d'inflexion
 Si oui, précise ses coordonnées
2. k est une fonction définie et deux dérivable sur $[0; 4]$ dont on donne la représentation graphique (C) ci-dessous.



Les tangentes (T_1) et (T_3) sont parallèles à l'axe des abscisses aux points N et Q.

(T_2) est la tangente à (C) au point $P\left(2; \frac{5}{2}\right)$ et P est un point d'inflexion.

- a) Détermine $k'(1)$, $k'(2)$ et $k'(3)$ graphiquement en justifiant la réponse donnée.
- b) Détermine une équation de la tangente (T_2)
- c) Détermine $k''(2)$. Justifie la réponse.

Lycée Classique d'Abidjan
 CE MATHÉMATIQUES

Année scolaire 2019/2020
 Niveau : terminale D

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a) $z^2 + (2 - 4i)z - 3 - 4i = 0$

c) $z^2 + (4 + 2i)z + 4 + 4i = 0$

b) $z^2 - (1 + 2i)z - 3 + i = 0$

d) $(2 + i)z^2 - (9 + 2i)z + 5(3 - i) = 0$

EXERCICE 2

- a) Déterminer les racines carrées de $-8 - 6i$
 b) Résoudre dans l'équation $z^2 - 2(1 + i)z + 8(1 + i) = 0$

EXERCICE 3

Soit l'équation $z^3 - iz + 1 + i = 0$ (E)

- 1- Montrer que (E) admet une racine réelle
 2- Déterminer les solutions de (E)

EXERCICE 4

Soit l'équation (E) : $P(z) = 0$ avec $P(z) = iz^3 + (5 - 2i)z^2 - (4 + 9i)z - 6i - 9$

- 1- a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $iz^2 + 2(1 - i)z + 2 - 3i = 0$
 b) Vérifier que $3i$ est une solution de l'équation de (E).
 c) Résoudre l'équation (E) après avoir trouvé les nombres complexes u et v tels que $P(z) = (z - 3i)(iz^2 + uz + v)$
 2- Le plan complexe P étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on désigne par A, B, E et F les points d'affixes respectives $a = -1$, $b = 3 + 2i$, $e = 3i$ et z_F .
 a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\frac{a - e}{b - e}$.
 b) En déduire la nature du triangle BAE.
 c) Trouver z_F pour que AEBF soit un carré.

3- Pour tout nombre complexe $z \neq 3 + 2i$, on définit le nombre complexe Z par $Z = \frac{z - a}{z - b}$

- a) En posant $z = x + iy$, démontrer que la partie réelle de Z est $R(Z) = \frac{(x+1)(x-3) - y(2-y)}{(x-3)^2 + (y-2)^2}$
 b) Déterminer l'ensemble (C) des points M du plan d'affixe z tels que Z soit un imaginaire pur.
 c) Placer les points A, B, E et F puis construire (C).

DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES

Niveau : T^{re} D Durée : 2h30

Exercice 1

Soit la fonction rationnelle définie sur l'intervalle $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ par $f(x) = \frac{6x+1}{(2x+1)^2}$.

- 1- Détermine les nombres réels a et b tels que $\forall x \in]-\frac{1}{2}; +\infty[$, $f(x) = \frac{a}{(2x+1)} + \frac{b}{(2x+1)^2}$.
- 2- Détermine les primitives de f sur l'intervalle $]-\frac{1}{2}; +\infty[$.
- 3- Dédus la primitive F de f sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ qui s'annule en 4.

Exercice 2

On dispose de deux urnes:

- Une urne U_1 dans laquelle se trouvent trois boules blanches et deux boules noires
- Une urne U_2 dans laquelle se trouvent deux boules blanches et trois boules noires

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules de chaque urne. On obtient ainsi quatre boules, les tirages dans chaque urne étant équiprobables.

On désigne par Ω , l'univers des éventualités

- 1- Justifie que la probabilité de l'événement E: "parmi les quatre boules tirées, il y a exactement deux boules blanches" est égale à 0,46.
- 2- On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches obtenues.

a- Détermine $X(\Omega)$.

On donne $P(\{X=1\}) = P(\{X=3\}) = 0,24$

b- Détermine la loi de probabilité de X

3- Le joueur doit verser 1500f avant d'effectuer le tirage; il reçoit à l'issue du tirage 200f par boule blanche obtenue. On note Y la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la différence du gain et de la mise (gain - mise)

a- Détermine $Y(\Omega)$

b- Le jeu est-il équitable?

4- On ne considère que l'urne U_1 , de laquelle on tire toujours au hasard et simultanément deux boules. On nomme succès, le tirage de deux boules blanches. On renouvelle dix fois la même épreuve (en remettant chaque fois les boules tirées dans l'urne).

Montre que la probabilité d'avoir au moins deux succès sur les dix tirages est de 0,85.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; i, j)$ d'unité graphique 2 cm. On considère la

fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par:
$$\begin{cases} f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x-1} & \text{si } x \in]0; 1[\cup]1; +\infty[\\ f(1) = 0 \end{cases}$$

représentation graphique (C_f).

LCA	DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°3	Année scolaire
	CLASSE TD 18	2019-2020
Mardi 14/01/2020		Durée : 03H00

EXERCICE 1 (02 points)

Pour chacune des lignes du tableau ci-dessous, une seule des trois réponses est exacte. Note le numéro et la lettre correspondant à la bonne réponse

N°		a	b	c
01	Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \ln(1-x) + \ln x$ L'ensemble de définition de f est	$]0; +\infty[$	$] -\infty; 1[$	$]0; 1[$
02	$\log(10^{-6})$ est égal à	$-6\ln 10$	n'existe pas	-6
03	La fonction logarithme népérien ($\ln$) est positive sur	$\mathbb{R}_+$	$]1; +\infty[$	$]0; +\infty[$
04	La fonction h est définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$ alors $h'(x)$ est égal à	$\frac{1}{x+2}$	$\frac{2}{x(x+2)}$	$\frac{2}{(x+2)^2}$

EXERCICE 2 (06 points)

1-Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(E_1) : -\ln^2(x) + 2\ln x + 3 = 0 \quad (E_2) : \ln(3x-4) = \ln(4-x^2)$$

2-Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$(I_1) : \ln|2x-1| < 0 \quad (I_2) : \frac{1-\ln x}{2+\ln x} \geq 0 \quad (I_3) : (4-x^2)\ln x \leq 0$$

3-Détermine le plus petit entier naturel n tel que : $1 - (0,9)^n \geq 0,9$

PROBLEME (12 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est 2 cm

PARTIE A

On considère la fonction g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + \ln(x-1)$

1-Détermine l'ensemble de définition de g

2-Détermine les limites de g à droite en 1 et en $+\infty$

3-a) Étudie le sens de variation de g

b) Dresse le tableau de variation de g

4-a) Justifie que l'équation : $x \in]1; +\infty[$, $g(x) = 0$ admet une solution unique α

b) Montre que $1,2 < \alpha < 1,3$

5-Justifie que : pour $x \in]1; \alpha[$, $g(x) < 0$ et pour $x \in]\alpha; +\infty[$, $g(x) > 0$

PARTIE B

Soit la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ telle que pour $x \in]1; +\infty[$, $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right) \ln(x-1)$ et $f(1) = 0$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère (O, I, J)

1-Justifie que f est continue en 1

2-a) Etudie la dérivabilité de f en 1

b) Interprète graphiquement le résultat obtenu

3-a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Interprète graphiquement ces résultats

4-a) Démontre que pour $x \in]1; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) Justifie que $f(\alpha) = 1 - \alpha$

c) Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation

5-a) Complète le tableau suivant :

x	2	3	4	5	6	7
$f(x)$						

b) Construis (C) dans le repère (O, I, J) . On prendra $\alpha = 1,25$

PARTIE C

Soit h la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $h(x) = \frac{x^2}{2} - x + (x-1)\ln(x-1)$

1-Démontre que h est une primitive de g sur $]1; +\infty[$

2-Détermine la primitive H de g qui prend la valeur $2\ln 2$ en 3.

Lycée Classique d'Abidjan Lundi, 13 Janvier 2020	DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES Tles D8 et 9	Année Scolaire : 2019 - 2020 Durée : 2 h 50 min
---	---	--

Exercice 1

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

- $\ln(a^n) + \ln(a^{-n}) =$
 a) $\ln 1$ b) $\ln e$ c) 1 d) 0
- $\ln(a^3) - \ln(a^7) =$
 a) $\ln(a^{-4})$ b) $\ln\left(\frac{1}{a^4}\right)$ c) $\frac{1}{4 \ln a}$ d) $-4 \ln a$
- $\ln(\sqrt{a^n}) =$
 a) $n + \frac{1}{2} \ln a$ b) $n \ln \sqrt{a}$ c) $n + \ln \sqrt{a}$ d) $\frac{n \ln a}{2}$
- Une primitive G de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x+1}{x}$ est :
 a) $G(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ b) $G(x) = x - e + \ln x$ c) $G(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ d) On ne peut pas trouver

Exercice 2

Soit le polynôme $P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$

- a) Calcule $P(1)$.
 b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$
 c) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \leq 0$
- Déduis-en les solutions dans $\mathbb{R}$ ~~les solutions~~ de :
 a) l'équation : $6 \ln^3 x - 5 \ln^2 x - 2 \ln x + 1 = 0$
 b) l'inéquation : $6 \ln^3 x - 5 \ln^2 x - 2 \ln x + 1 \leq 0$
 c) l'inéquation : $\ln(6x-3) + \ln(x+1) \geq \ln(2x-2)$

Exercice 3

Résous dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

- $$\begin{cases} x + y = 25 \\ \ln x + \ln y = 2 \ln 12 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x - y = 2 - e \\ \ln(x + y) = 1 \end{cases}$$

Exercice 4

Calcule chacune des limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \ln x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x^3}$

Exercice 5

1. Dans chacun des cas suivants, détermine les primitives de la fonction f sur l'intervalle K .

a) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ $K =]0; +\infty[$

b) $f(x) = \tan x$ $K = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$

2. On donne la fonction rationnelle f définie par $f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 2}{x + 3}$

a) Démontre qu'il existe des nombres réels a , b et c tels que pour tout $x \neq -3$,

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 3}$$

b) Déduis-en la primitive de f qui s'annule en 4

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x - 2 + \ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$

1. Déterminer D_f .
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
 b) Interpréter graphiquement ces résultats
4. a) Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f
 b) Dresser le tableau de variation de f
5. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote à la courbe (C_f) de f
 b) Etudier la position de (C_f) par rapport à (Δ)
6. Construire (C_f)

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE	Année Scolaire 2019-2020
Mardi, 8 Octobre 2019	MATHÉMATIQUES Tle D 8	

Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, précisez si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée.

1. a) Si pour tout $x > 0$, $2 + \frac{2}{x} \leq f(x) \leq 2 + \frac{3}{x}$ alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
 b) Si pour tout $x > 0$, $1 + \frac{3}{x} \leq f(x) \leq 2 + \frac{3}{x}$ alors : la fonction f admet en $+\infty$ une limite comprise entre 1 et 2.
2. f et g sont deux fonctions définies sur l'intervalle $[1; +\infty[$
 a) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$
 b) Si pour tout $x \geq 1$, $g(x) - f(x) \leq 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Exercice 2

Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$\varphi(x) = \frac{3\cos(x) + x - 2}{x - 2}$$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminez $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$
2. Déduisez-en une équation de l'asymptote horizontale à (C) en $+\infty$

Exercice 3

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 1$.

1. Déterminez $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
2. a) Étudiez le sens de variation de g
 b) Dressez le tableau de variation de g .
3. a) Démontrez que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]1; +\infty[$
 b) Justifiez que $1,6 < \alpha < 1,7$
 c) Encadrez α par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2
4. Démontrez que :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$$
5. Déterminez dans $\mathbb{R}$ le nombre de solutions de l'équation $g(x) = \frac{3}{2}$
6. Soit h la restriction de g à $]1; +\infty[$
 a) Justifiez que h réalise une bijection de $]1; +\infty[$ vers un intervalle à préciser.
 b) Dressez le tableau de variation de h^{-1} , bijection réciproque de h .

TD16 jeudi 17 octobre 2019 --- Lycée Classique d'Abidjan
 Mathématiques – Devoir Surveillé n°2 – 1^{er} trimestre

Durée : 1H00
 Coefficient : 2

M. ZANLI (Auteur Compositeur)

EXERCICE

Un placebo est une substance inactive que l'on administre à la place d'un médicament pour étudier les aspects psychologiques de la thérapie.

On test un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement bas.

Pour cela, 80% des individus prennent le médicament, les autres recevant un placebo.

Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une hausse de ce taux avec une probabilité de 0,9. On ne constate aucune hausse de ce taux pour 80% des personnes ayant reçu le placebo.

Les probabilités seront calculées par défaut à 10^{-4} près.

1. Calcule la probabilité d'avoir une hausse du taux de glycémie sachant qu'on n'a pas pris le médicament.
2. Justifie que la probabilité d'avoir une hausse du taux de glycémie est 0,76.
3. On soumet au test un individu pris au hasard.
 Trouve la probabilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une hausse de son taux de glycémie.
4. On contrôle 4 individus au hasard.
 - a) Trouve la probabilité d'avoir exactement 3 personnes dont le taux de glycémie a haussé.
 - b) Trouve la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a haussé.
 - c) Trouve le nombre d'individus dont le taux de glycémie a haussé qu'on a, en moyenne.
5. On contrôle n individus pris au hasard (n est un entier naturel non nul).
 Trouve la plus petite valeur de n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a haussé dépasse 99,99%.

TD16 jeudi 17 octobre 2019 --- Lycée Classique d'Abidjan
 Mathématiques – Devoir Surveillé n°2 – 1^{er} trimestre

Durée : 1H00
 Coefficient : 2

M. ZANLI (Auteur Compositeur)

EXERCICE

Un placebo est une substance inactive que l'on administre à la place d'un médicament pour étudier les aspects psychologiques de la thérapie.

On test un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement bas.

Pour cela, 80% des individus prennent le médicament, les autres recevant un placebo.

Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une hausse de ce taux avec une probabilité de 0,9. On ne constate aucune hausse de ce taux pour 80% des personnes ayant reçu le placebo.

Les probabilités seront calculées par défaut à 10^{-4} près.

1. Calcule la probabilité d'avoir une hausse du taux de glycémie sachant qu'on n'a pas pris le médicament.
2. Justifie que la probabilité d'avoir une hausse du taux de glycémie est 0,76.
3. On soumet au test un individu pris au hasard.
 Trouve la probabilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une hausse de son taux de glycémie.
4. On contrôle 4 individus au hasard.
 - a) Trouve la probabilité d'avoir exactement 3 personnes dont le taux de glycémie a haussé.
 - b) Trouve la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a haussé.
 - c) Trouve le nombre d'individus dont le taux de glycémie a haussé qu'on a, en moyenne.
5. On contrôle n individus pris au hasard (n est un entier naturel non nul).
 Trouve la plus petite valeur de n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a haussé dépasse 99,99%.

Lycée Classique d'Abidjan

Année scolaire : 2019 – 2020

DEVOIR DE CLASSE Terminale D

Durée : 2h

Exercice 1

Le tableau donne les résultats d'un sondage effectué dans une population de 50 individus.

	Fumeur	Non fumeur
Homme	16	4
Femme	17	13

Pour chaque ligne, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. On notera par exemple comme réponse choisie pour l'affirmation N°1 : 1A ou 1B ou 1C.

N°	Affirmations	A	B	C
1	Si l'on rencontre au hasard l'un d'entre eux ; la probabilité pour que ce soit un non fumeur sachant que c'est un homme est	$\frac{4}{16}$	0,2	0,08
2	Les événements « interroger une femme » et « interroger un non fumeur » sont-ils indépendants ?	oui	non	On ne peut pas savoir
3	Il y a autant d'hommes fumeurs que de femmes non fumeuses	oui	non	On ne peut pas savoir

Exercice 2

Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 200F, à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue. On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître.

La roue comporte 14 secteurs rouges qui font perdre la mise, 6 bleus où l'on reçoit 200F, 3 verts où l'on reçoit 800F et 1 jaune où l'on reçoit 1200F. Soit X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique du joueur.

- Détermine la loi de probabilité de X .
- Calcule l'espérance mathématique de X et interprète ce résultat.
- Monsieur Vickem tourne 6 fois cette roue de façon indépendante. Quelle est la probabilité que le secteur désigné soit exactement deux fois vert ?

Exercice 3

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 6x + 8$

- Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Calcule la fonction g' de la fonction f .
- Etudie le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.
- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $-1,2 \leq \alpha \leq -1,1$
- Justifie que $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$

Partie B : Etude de la fonction f

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1cm.

- Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Détermine les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + \frac{bx + c}{x^2 + 2}$
 - Démontre que la droite (D) d'équation $y=x$ est asymptote oblique à la courbe (C)
 - Etudie les positions relatives de (D) et de (C)
- Vérifie que pour tout réel x , $f'(x) = \frac{x}{(x^2 + 2)^2} \times g(x)$
 - Donne le sens de variation de f , puis dresse son tableau de variations.
 - Démontre que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$
 - Construis avec soin la courbe (C) et la droite (D).

DEVOIR DE CLASSE Terminale D

Durée : 2h

Exercice 1

Le tableau donne les résultats d'un sondage effectué dans une population de 50 individus.

	Fumeur	Non fumeur
Homme	16	4
Femme	17	13

Pour chaque ligne, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. On notera par exemple comme réponse choisie l'affirmation N°1 : 1A ou 1B ou 1C.

N°	Affirmations	A	B	C
1	Si l'on rencontre au hasard l'un d'entre eux ; la probabilité pour que ce soit un non fumeur sachant que c'est un homme est	$\frac{4}{17}$	0,2	0,08
2	Les événements « interroger une femme » et « interroger un non fumeur » sont-ils indépendants ?	oui	non	On ne peut pas savoir
3	Il y a autant d'hommes fumeurs que de femmes non fumeuses	oui	non	On ne peut pas savoir

Exercice 2

Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 200F, à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue. On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître.

La roue comporte 14 secteurs rouges qui font perdre la mise, 6 bleus où l'on reçoit 200F, 3 verts où l'on reçoit 800F et 1 jaune où l'on reçoit 1200F. Soit X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique du joueur.

- 1- Détermine la loi de probabilité de X .
- 2- Calcule l'espérance mathématique de X et interprète ce résultat.
- 3- Monsieur Vickem tourne 6 fois cette roue de façon indépendante. Quelle est la probabilité que le secteur désigné soit exactement deux fois vert ?

Exercice 3

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 6x + 8$

- 1- Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2- Calcule la fonction g' de la fonction f .
- 3- Etudie le sens de variation de g et dessine son tableau de variation.

LCA DEVOIR N°1 DE MATHEMATIQUES TD18 année scolaire 2019-2020

Durée : 02H 00

EXERCICE 1 (3 points)

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . Soit f une fonction de représentation graphique (C) , a et b des nombres réels. Réponds par VRAI (V) ou par FAUX (F) à chaque affirmation.

1-Si pour $x \in]a ; +\infty[$, $f(x) \geq x^2$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

2-Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ alors la droite d'équation $y = ax + b$

est asymptote oblique à (C) en $-\infty$

3-Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ alors (C) admet la droite d'équation $x = a$ comme

asymptote horizontale

4-Si f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et $f(a) \times f(b) < 0$ alors

f ne s'annule pas entre a et b

EXERCICE 2 (3 points)

Détermine les limites suivantes :

1- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x + 2}{3x - 1}\right)$

2- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 8x}{3x^2 - 5x - 2}$

3- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 5x} - 2x - 1$

EXERCICE 3 (4 points)

On considère la fonction h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = \frac{1 - \sqrt{x-5}}{x-6}$

1- Justifie que l'ensemble de définition de h est $[5 ; +\infty[\setminus \{6\}$

2-a/Démontre que h admet un prolongement par continuité en 6

b/Définis la fonction q prolongement par continuité en 6 de h

EXERCICE 4 (3 points)

On donne la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par : pour $x > 0$ $g(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ et $g(0) = -1$

et (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

1-Etudie la continuité

2- Justifie que (C_g) admet une branche parabolique de direction (OI) en $+\infty$

EXERCICE 5 (7 points)

Soit f une fonction définie sur $]-\infty, ; 1]$ par $f(x) = -2x^3 - 3x + 3$

1-Determine la limite de f en $-\infty$

2-Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation

3-a) Justifie que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α

b) Vérifie que $0,7 < \alpha < 0,8$

4- Justifie que : pour $x \in]-\infty; \alpha[$ $f(x) > 0$ et pour $x \in]\alpha; 1[$ $f(x) < 0$

5- Démontre que f est une bijection de $]-\infty; 1]$ sur un intervalle K à déterminer

6- Soit f^{-1} sa bijection réciproque

a) Détermine les variations de f^{-1}

b) Dresse le tableau de variation de f^{-1}

Lycée Classique d'Abidjan
CE MATHÉMATIQUES

Année scolaire 2019/2020
Niveau : terminale D

EXERCICE I Choisis la bonne réponse

	A	B	C
1 Si $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ alors $f'(x) =$	$6x^2 - 2x$	$6x^2 - 2x + 1$	$\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x$
2 Si $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 1}{5}$ alors $f'(x) =$	$\frac{-4x + 3}{5}$	$\frac{-4x + 3}{25}$	$\frac{4x - 3}{25}$
3 Si $f(x) = (2x^2 + 1)^3$ alors $f'(x) =$	$3(2x^2 + 1)^2$	$12x(2x^2 + 1)^2$	$3(4x + 1)(2x^2 + 1)^2$
4 Si $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ alors $f'(x) =$	$\frac{1}{x-1}$	$\frac{1}{(x-1)^3}$	$\frac{-2}{(x-1)^3}$
5 Si $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ alors $f'(x) =$	$\frac{-2x}{x^2 + 1}$	$\frac{-x\sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 + 1)^2}$	$\frac{-x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$

EXERCICE II

Dans une loterie, on tire au hasard 2 billets dans une corbeille contenant 10 billets.

3 billets seulement sont gagnants. La mise pour 2 billets est de 200F

1) Si les billets sont gagnants l'organisateur rembourse 1000F au joueur. Si un seul billet est gagnant, il rembourse la mise soit 200F. Si aucun billet n'est gagnant, le joueur perd la mise. On appelle X la variable aléatoire associée au gain net du joueur (mise déduite)

- Quelles sont les valeurs possibles de X ? Donner la loi de probabilité de X
- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$

2) L'organisateur envisage d'apporter la modification suivante :

- deux billets gagnants ou zéro gagnant : gain inchangé
- un seul billet gagnant : le joueur tire gratuitement un billet de secours parmi les huit billets restants

Si ce nouveau billet est gagnant, l'organisateur rembourse 400F, dans le cas contraire le joueur a définitivement perdu.

On appelle Y la variable aléatoire associée au gain net du joueur pour ce jeu modifié.

- Quelles sont les valeurs possibles de Y ?
- Donner la loi de probabilité de Y
- Quel est à votre avis le jeu le plus profitable à l'organisateur ?

EXERCICE III

Un patineur participe à une compétition. Deux de ses sauts l'inquiètent. Il ne réussit le premier saut que dans 95% des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10 ; sinon, si tout va bien lors du premier saut, il réussit le deuxième dans 90% des cas.

Soit R_1 l'événement « le patineur réussit le premier saut ».

Soit R_2 l'événement « le patineur réussit le deuxième saut ».

- Calculer la probabilité de l'événement R_1
 - Calculer la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 est réalisé
 - Calculer la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 n'est pas réalisé
- Construire un arbre pondéré et déterminer la probabilité de l'événement : « le patineur réussit les deux sauts »
- Calculer la probabilité de l'événement R_2
 - Un spectateur, arrivé en retard, voit le patineur réussir le deuxième saut. Calculer la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier saut (On arrondira en donnant 3 décimales).
- Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point ; le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.
On désigne par X le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.
 - Déterminer la loi de probabilité de X
 - Calculer l'espérance mathématique de X . Quelle interprétation peut-on en faire

ELUI ANGE

Exercice 1

A et B sont deux événements d'un même univers tels que $p(A) = \frac{1}{2}$, $p(\bar{B}) = \frac{3}{4}$ et $p(A \cap \bar{B}) = \frac{2}{5}$

Calcule les probabilités suivantes :

- $p_A(\bar{B})$
- $p(\bar{A} \cap \bar{B})$
- $p_{\bar{A}}(\bar{B})$

Exercice 2

Une urne contient trois boules blanches et deux boules noires indiscernables au toucher.

On tire successivement et sans remise deux boules dans l'urne.

On désigne par :

B l'événement : « Tirer une boule blanche »

N l'événement : « Tirer une boule noire »

- Détermine $p_B(N)$ et $p_N(B)$
- Construis un arbre pondéré décrivant la situation

Exercice 3

Dans un pays, les statistiques font apparaître que parmi les adultes, environ 4 % des hommes et 5 % des femmes sont asthmatiques. Dans la population, on considère l'ensemble des couples homme-femme.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

1. Etude de l'état d'asthme du couple

On choisit un couple au hasard. On note

H l'événement : « L'homme est asthmatique » et F l'événement : « La femme est asthmatique »

On admet que les événements H et F sont indépendants.

- Recopie et complète le tableau de probabilités ci-contre.

	F	$\bar{F}$	
H			
$\bar{H}$			

- Déduis-en la probabilité de chacun des événements suivants concernant les deux adultes du couple :

A : « Aucun n'est asthmatique »

B : « Un seul est asthmatique »

C : « Les deux sont asthmatiques »

2. Transmission de l'asthme au premier enfant

Les études actuelles montrent que :

- Si aucun des deux parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,1
- Si un seul des deux parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,3
- Si les deux parents asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,5

On note E l'événement : « Le premier enfant du couple est asthmatique »

- Construis un arbre pondéré illustrant cette situation.

- Justifie que $p(E) = 0,119$

- Calcule les probabilités conditionnelles $p_E(A)$ et $p_E(\bar{A})$

Interprète ces deux résultats.

- Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins l'un de ses deux parents asthmatiques ?

LYCEE CLASSIQUE

VENDREDI 08 NOVEMBRE 2019

ABIDJAN

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°3 (02H)

Exercice 1 : une usine est dotée d'un système d'alarme qui se déclenche en principe lorsqu'un incident se produit sur une chaîne de production.

Il peut arriver toutefois que le système soit mis en défaut.

En effet, des études statistiques ont montré que, sur une journée la probabilité que l'alarme se déclenche par erreur est $\frac{1}{50}$ (c'est-à-dire sans qu'il y ait eu incident), la probabilité qu'un incident survienne sans que l'alarme se déclenche est égale à

$$\frac{1}{500}$$

La probabilité qu'un incident se produise est égale à $\frac{1}{100}$.

On pourra noter : A l'évènement « l'alarme se déclenche » et I l'évènement « un incident se produit »

A) 1°) construire l'arbre pondéré.

2°) calculer la probabilité que, dans une journée un incident survienne et que l'alarme se déclenche.

3°) montrer que la probabilité que l'alarme se déclenche est

$$P(A) = \frac{1489}{50000}$$

4°) quelle est la probabilité que sur une journée, le système d'alarme soit mis en défaut.

5°) l'alarme vient de se déclencher, quelle est la probabilité qu'il y ait réellement un incident.

B) Les assureurs estiment qu'en moyenne, pour l'entreprise le coût des anomalies est le suivant :

-5000Frs pour un incident lorsque l'alarme fonctionne.

-1500FRs pour un incident lorsque l'alarme ne se déclenche pas.

-1000Frs lorsque l'alarme se déclenche par erreur.

On considère qu'il se produit au plus une anomalie par jour.

Soit X la variable aléatoire représentant le cout journalier des anomalies pour l'entreprise.

- 1°) Donner la loi de probabilité de X
- 2°) Déterminer la fonction de répartition de X
- 3°) Calculer $E(X)$; $V(X)$; $\sigma(X)$

Exercice 2

Un sac contient des boules rouges, vertes et jaunes. On tire au hasard une seule boule du sac. On considère les évènements élémentaires suivants :
 R : « Tirer une boule rouge » ; V : « Tirer une boule vertes » et J : « Tirer une boule jaune »

On considère les évènements suivants ;

A : « Tirer une boule rouge ou verte » tel que : $P(A) = \frac{3}{5}$

B : « Tirer une boule rouge ou jaune » tel que : $P(B) = \frac{8}{10}$

C : « Tirer une boule verte ou jaune ».

I) 1) calculer : $P(R)$; $P(V)$; $P(J)$ et $P(G)$.

2) on désigne par n le nombre total de boules dans le sac

Calculer en fonction de n , le nombre r de boules rouges, le nombre v de boules vertes et le nombre j de boules jaune.

II) Avec le même sac contenant les mêmes boules, on tire au hasard et simultanément deux boules. On considère les évènements suivant :

E : « Tirer deux boules rouge » tel que : $P(E) = \frac{17}{69}$.

F : « Tirer deux boules de couleurs différentes »

1) Etablir que : $n = 70$

2) En déduire les valeurs de r , v et j .

3) Calculer : $p(F)$.

Lycée Classique d'Abidjan	DEVOIR DE NIVEAU n°2 DE	Année Scolaire : 2016 - 2017
Lundi, 21 Novembre 2016	MATHEMATIQUES Tle D	Durée : 2 h

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des cinq questions, une et seule affirmation est exacte.

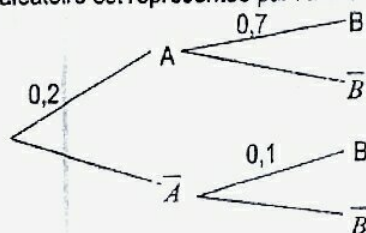
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la bonne affirmation sans justifier.

1. Ce tableau incomplet donne les résultats d'un sondage dans une population de 60 personnes

	Cadres	Employés
Hommes		25
Femmes	8	15

On interroge une personne au hasard ; la probabilité que ce soit une femme sachant que c'est un cadre est :

- a) $\frac{2}{15}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{8}{23}$
2. A et B sont deux événements tels que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,2$
 La probabilité de $A \cup B$ est égale à :
- a) 0,70 b) 0,69 c) On ne peut pas savoir
3. Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-dessous où A et B sont deux événements



Alors on a :

- a) $p(B) = 0,22$ b) $p(\bar{A} \cap B) = 0,3$ c) $p_B(A) = 0,8$
4. Dans un magasin, un bac contient des cahiers soldés. On sait que 50 % des cahiers ont une reliure spirale et 75 % des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40% ont une reliure spirale.
 Adèle choisit au hasard un cahier à reliure spirale. La probabilité qu'il soit à grands carreaux est égale à :
- a) 0,75 b) 0,3 c) 0,6

Exercice 2

Les 300 personnes travaillant dans un immeuble de bureaux de trois niveaux ont répondu aux deux questions suivantes:

- « À quel niveau est votre bureau? »
 - « Empruntez-vous l'ascenseur ou l'escalier pour vous y rendre? »
- Voici les réponses:
- 225 personnes utilisent l'ascenseur et, parmi celles-ci, 50 vont au 1er niveau, 75 vont au 2^{ème} niveau et 100 vont au 3^{ème} niveau.
 - Les autres personnes utilisent l'escalier et, parmi celles-ci, un tiers va au 2^{ème} niveau, les autres vont au premier niveau.

On choisit au hasard une personne de cette population.

On pourra considérer les événements suivants:

- N_1 : «La personne va au premier niveau.»
 - N_2 : «La personne va au deuxième niveau.»
 - N_3 : «La personne va au troisième niveau.»
 - E : «La personne emprunte l'escalier.»
1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
 2. a) Montrer que la probabilité que la personne aille au 2^{ème} niveau par l'escalier est égale à $\frac{1}{12}$
 - b) Montrer que les événements N_1 , N_2 et N_3 sont équiprobables.
 - c) Déterminer la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2^{ème} niveau.

Problème

Partie A

On considère la fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto 3x^3 + 9x + 4$$

1. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation
2. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α et que $-1 < \alpha < 0$
- b) Donner un encadrement de α par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1
3. Montrer que :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$$

Partie B

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{3x^3 - 2}{x^2 + 1}$$

- (C) est la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f
 2. a) Déterminer 4 réels a , b , c et d tels que pour tout x de D_f , $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$
 - b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 3x$ est asymptote à (C)
 - c) Etudier les positions relatives de (C) et la droite (D)
 3. a) Calculer la fonction dérivée de f et montrer que: $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$
 - b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
 4. Montrer que $f(\alpha) = \frac{9\alpha}{2}$
 5. Tracer la droite (D) et construire la courbe (C)
 6. Soit h la restriction de f à $[0; +\infty[$
 - a) Montrer que h est une bijection de $[0; +\infty[$ dans un intervalle à préciser
 - b) Dresser le tableau de variation de h^{-1} , bijection réciproque de
 - c) Construire (Γ), courbe de h^{-1} dans le même repère (O, I, J)

Lycée Classique Abidjan Mardi, 09 Mai 2017	DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES	Année Scolaire : 2016 - 2017 Durée : 1h 40 mn
---	---	--

Exercice 1

1. Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^3} dx, \quad J = \int_{e^{-2}}^{e^{-1}} \frac{\ln x}{x} dx, \quad K = \int_{-2}^0 (|x+1| + 2) dx.$$

2. A l'aide d'intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :

$$L = \int_0^1 \frac{1-3x}{e^x} dx, \quad M = \int_1^e \ln x dx, \quad N = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

Exercice 2

On donne $I = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} dx$ et $J = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

1. Calculer $I + J$
2. Calculer $I - J$
3. En déduire la valeur exacte de I et de J .

Exercice 3

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) , on considère les points B et C d'affixes $\sqrt{3}$ et $-4i$. On désigne par F la transformation du plan d'écriture complexe

$$z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} - i.$$

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de F. On notera Ω son centre.
2. Déterminer l'image de B par F.

Partie B

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points A(0,2) ; B(2,1) et C(1,-1).
 - a) Placer les points A, B et C (unité graphique : 2cm).
 - b) z_A, z_B et z_C désignent les affixes des points A, B et C.
Ecrire le nombre complexe $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ sous forme trigonométrique.
 - c) En déduire la nature triangle ABC. Justifier votre réponse.
2. Soit S la similitude directe de centre C, d'angle orienté $-\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\sqrt{2}$.
Démontrer que l'écriture complexe de S est : $z' = (1 - i)z + 1 + i$.
3. Soient D et E deux points tels que $S(D) = A$ et $S(B) = E$.
 - a) Déterminer les affixes des points D et E.

Lycée Classique d'Abidjan
Prof : M. KOFFI Lambert

Lundi 20 Février 2017
Classe : TD₄&TD₁₂

DEVOIR SUR NOMBRES COMPLEXES N°1

EXERCICE 1

On considère les nombres complexes suivants $z_1 = 1+i$ et $z_2 = -3\sqrt{3}+3i$

1. Ecrivez z_1 et z_2 sous forme trigonométrique
2. Démontrez que $\left(\frac{-3\sqrt{3}+3i}{1+i}\right)^{12}$ est un nombre réel

EXERCICE 2

A. On considère les points A , B et C d'affixes respectives i , $3-i$ et $1+2i$

- 1) Placer ces points dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Unité 1 cm
- 2) Déterminer et construire :
 - a) l'ensemble (E) des points tels que : $|z-i|=3$
 - b) l'ensemble (F) des points tels que : $|iz+1|=|z-3+i|$

B. On considère le point M d'affixe z et Z le nombre complexe défini par $Z = \frac{z+1-i}{z+3}$

- 1) En posant $z = x+iy$, écrire Z sous forme algébrique en fonction de x et y
 - 2) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :
 - a) Z soit un nombre réel
 - b) Z soit un nombre imaginaire pur.
-

EXERCICE

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 1cm.

On considère les points A, B, C et E d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 1 + i\sqrt{3}$, $z_C = 4 + i$ et

$$z_E = 3 - i.$$

- Placer les points A, B et C dans le repère
- Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ACDB soit un parallélogramme
- Déterminer la nature du triangle AEC.
- Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan d'affixe z tels que $|iz + 1 - 4i| = 1$
- Ecrire $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique.
- a) Ecrire z_A et z_B sous forme trigonométrique puis sous forme exponentielle
b) En déduire le module et un argument de $\frac{z_B}{z_A}$
- Déduire des questions 5 et 6 les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 2 cm.

(C) est la courbe représentative de f .

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} \forall x \in]0; +\infty[, g(x) = -1 + x \ln x \\ g(0) = -1 \end{cases}$$

- Montrer que g est continue en 0.
- a) Etudier la dérivabilité de g en 0.
b) Interpréter graphiquement le résultat.
- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- Montrer que $g\left(\frac{1}{e}\right) < 0$
- Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation
- a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α
b) Justifier que $1,7 < \alpha < 1,8$
- Montrer que : $\begin{cases} \forall x \in]0; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1+x}{1+\ln x}$

- Déterminer D_f

2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}^+} f(x)$
b) Interpréter graphiquement ces résultats
4. Montrer que (C) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction (OI).
5. Démontrer que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{g(x)}{x(1 + \ln x)}$
6. En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation
7. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
8. Démontrer que $f(\alpha) = \alpha$
9. Tracer l'asymptote (D), la tangente (T) et la courbe (C).

Partie C

Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{1}{2}x^2 \left(-\frac{1}{2} + \ln x \right) - x$

1. Démontrer que h est une primitive de g sur $]0; +\infty[$
2. En déduire la primitive G de g prenant la valeur 2 en e .

Lycée Classique d'Abidjan
 Prof : M. KOFFI

Lundi 06 Février 2017
 Classe : TD₄&TD₁₂

DEVOIR SUR FONCTION LOGARITHME NEPERIEN N°2

EXERCICE

On pose pour tout nombre réel x , $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$

- 1- a) Vérifier que $P(1) = 0$
 b) Ecrire $P(x)$ en produit de facteurs de polynômes de degré 1
 c) En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $P(x) > 0$
- 2- Utiliser les résultats de la question 1-) pour résoudre dans $\mathbb{R}$:
 a) l'équation (E) : $2\ln^3 x + 3\ln^2 x - 2\ln x - 3 = 0$
 b) l'inéquation (I) : $[(\ln x)^2 - 1][2\ln x + 3] > 0$

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 + x + \ln x$

- 1- Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$
- 2- Pour tout $x \in]0; +\infty[$, calculer $g'(x)$
- 3- Etudier le sens de variation de g
- 4- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $0,2 < \alpha < 0,3$
- 5- Démontrer que : $\forall x \in]0; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$

Partie B

Soit f la fonction définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x \ln x}{1+x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 et (C_f) sa courbe représentative dans le repère

orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 2 cm

- 1- a) Démontrer que f est continue en 0
 b) Démontrer que (C_f) admet une tangente verticale au point d'abscisse 0
- 2- a) Calculer les limites de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$
 b) Interpréter graphiquement ces résultats.
- 3- a) Démontrer que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$
 b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point I
- 4- a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation
 b) Justifier que $\alpha + 1 = -\ln \alpha$ et en déduire que $f(\alpha) = -\alpha$
- 5- a) Démontrer que la restriction h de f à l'intervalle $]1; +\infty[$ admet une bijection réciproque h^{-1}
 b) Démontrer que h^{-1} est dérivable en 0 et calculer $(h^{-1})'(0)$.
- 6- Tracer (T), (C_f) et $(C_{h^{-1}})$

EXERCICE (8 points)

- Une urne A contient 2 jetons verts et 8 jetons jaunes, tous indiscernables au toucher ;
- Une urne B contient 4 jetons verts et 6 jetons jaunes, tous indiscernables au toucher.

Partie I

Un joueur prend au hasard une urne, y retire un jeton puis remet le jeton dans l'urne.

On note V l'événement : "Obtenir un jeton vert".

1. a) Dresser un arbre pondéré qui présente la situation.
 b) En déduire que la probabilité p d'obtenir un jeton vert vaut 0,3.
2. Le joueur répète l'expérience précédente 10 fois de façon indépendante.
 Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de jetons verts sur les 10 répétitions.
 a) Déterminer la loi de probabilité de X.
 b) Justifier que $E(X) = 3$. Que signifie ce résultat ?

Partie II

Un joueur prend au hasard une urne et y effectue au hasard n tirages successifs avec remise d'un jeton ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$).

On note P_n la probabilité de l'événement V_n : "Obtenir au moins un jeton vert".

1. Dresser un arbre pondéré qui présente la situation.
2. Justifier que : $P_n = 1 - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{4}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^n \right]$.
3. a) Justifier que : $P_n > 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n$.
 b) En déduire la plus petite valeur de n telle que P_n dépasse 99,99%.
4. Le joueur a obtenu au moins un jeton vert. Calculer la probabilité que ce soit dans l'urne A.

PROBLEME (12 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O;I;J). Unité graphique : 1cm.

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{1-x}, & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^3 - 3x^2 + 3x}{(x-1)^2}, & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction f est dérivable en tout point de $\mathbb{R}^* \setminus \{1\}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O;I;J).

1. Vérifier que : $\forall x \in]0 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$, $f(x) = x - 1 + \frac{1}{(x-1)^2}$ et que : $f(1 + \sqrt[3]{2}) = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$.
2. Trouver la primitive F de f sur $]1 ; +\infty[$ telle que : $F(2) = -3$.
3. Calculer les limites de f en $+\infty$, en 1 et en $-\infty$.
4. a) Justifier que la droite (D) : $y = x + 1$, est une asymptote à (C) en $+\infty$.
 b) Justifier (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ).
5. Justifier que la fonction f est continue en zéro.
6. a) Vérifier que : $\forall x \in [0 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{(x-1)^3 - 2}{(x-1)^3}$. En déduire que : $f'_d(0) = 3$
 b) Vérifier que : $\forall x \in]-\infty ; 0]$, $f'(x) = \frac{-(3x-2)}{2\sqrt{1-x}}$. En déduire que : $f'_g(0) = 1$.
 c) Etudier la dérivabilité de f en 0.
7. Démontrer que : $x \in \mathbb{R}$, $(x-1)^3 - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1 + \sqrt[3]{2}$
8. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
9. Tracer les demi-tangentes à (C) au point d'abscisse 0 puis construire (C).