LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN
08 BP 39 ABIDJAN 08
22 44 35 17
Cherche, trouve et jamais n'abandonne

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES n°5

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail
Année Scolaire : 2020-2021

Classe : $T^{le}D$ Durée : 1 heure30 Date : 14 octobre 2021

Prof : M. ASSI K.

Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (3 pts)

Réponds par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes :

1) Pour tout nombre réel strictement positif a on a :, $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a}$
2) Si f est une fonction telle que : $\forall x \in]0;+\infty[$, $f(x) \leq \frac{1}{x^2}$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.
3) Soit f et g sont deux fonctions définies sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt[3]{x}$ et $g(x) = x^3$.
   Alors les courbes représentatives de de f et g sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

EXERCICE 2 (3 pts)

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées dont une, et une seule est exacte. Indique la réponse exacte en notant par exemple : 1. a ou 1. b ou 1. c

	Affirmations	a	b	c
1	On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{x}\right) =$	1	$\frac{1}{2}$	2
2	Si f est une fonction telle que : $\forall x > 2$ $\lvert f(x) - 1 \rvert \leq \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ alors	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
3	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $]a;b]$, alors l'image de $]a;b]$ par f est	$\left]\lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} f(x) ; f(b)\right]$	$\left]f(b); \lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} f(x)\right[$	$\left[f(b); \lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} f(x)\right[$

EXERCICE 3 (10 pts)

Cet exercice comporte deux parties indépendantes A , B et C.

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{\cos 2x - 1}{x^2}$.

1) Détermine la limite de f en $-\infty$.
2) Justifie que $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$
3) Déduis-en que f admet un prolongement par continuité en zéro, puis précise ce prolongement.

Partie B

On considère la fonction g défini par : $g(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x}}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_g)$ la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1) Détermine l'ensemble de définition de la fonction g.
2) Justifie que $(\mathcal{C}_g)$ admet, en $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.

Partie C

On donne h la fonction défini sur $[0;+\infty[$ par : $h(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$.

1) Démontre que h est une bijection de $[0;+\infty[$ vers un intervalle K que l'on précisera.
2) Dresse le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1}.
3) Détermine l'expression de h^{-1}.

EXERCICE 4 (4 *pts*)

Au cours d'une séance de travaux dirigés, des élèves de terminale D découvrent que :

la population d'une espèce animale évolue selon une fonction f:

$$f(x)=\frac{7x+200}{x+20},$$

où x *est le nombre d'années écoulées depuis la fin des années* 1960, *et* $f(x)$ *est exprimée en en million de têtes.*

Emerveillé, l'un d'eux fait les affirmations suivantes :

- ✓ La population de cette espèce animale est en régression ;
- ✓ Le nombre de têtes de cette espèce appartient à l'intervalle $]7\,000\,000; 10\,000\,000]$;
- ✓ Il y a une et une seule année au cours de laquelle le nombre de têtes atteint 8 millions.

A l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances mathématiques, vérifie la véracité des affirmations de cet élève.