Lycée Classique d'Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES	2021-2022
Classe : TLE D	Durée : 2h	Date : 11/10/2021

EXERCICE : 1

Ecris sur ta copie le numéro des affirmations ci-dessus suivi de VRAI si l'affirmation est vraie et de FAUX si l'affirmation est fausse.

- 1) $\forall x \in]-\infty; \alpha[$, $g(x) \leq f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ 0,5
- 2) $\forall x \neq 0$, $3 - \frac{1}{x} < f(x) < 3 + \frac{1}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ 0,5
- 3) $\forall x \in]0; +\infty[$, $|f(x) + l| < g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ 0,5
alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$
- 4) Si f est continue et strictement décroissante un intervalle $[\alpha; +\infty[$, alors on a :
 $f([\alpha; +\infty[) = [f(\alpha); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$

EXERCICE : 2

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

- 1) Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$, et si k est un réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ alors l'équation $f(x) = k$ admet :
 - a) Zéro solution dans $]a; b[$
 - b) au moins une solution dans $]a; b[$
 - c) au moins solution n'appartenant pas à $]a; b[$
- 2) Si f est une fonction non définie en a , et admettant une limite finie en a , alors :
 - a) f est continue en a
 - b) f n'est pas prolongeable par continuité en a
 - c) f est prolongeable par continuité en a
- 3) Si f est une fonction continue sur $]a; b[$ alors :
 - a) f est bornée sur $]a; b[$
 - b) l'image de $]a; b[$ par f est un intervalle de même nature
 - c) f est continue en tout point de $]a; b[$

4) Soit la fonction f définie par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

Sa courbe (C) dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ admet en $+\infty$ une asymptote d'équation

- a) $y = x$
- b) $y = 2x$
- c) $y = \frac{1}{2}x$

EXERCICE : 3

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par

$$\begin{cases} f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(0, \vec{i}, \vec{j})$

- 1)
 - a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interprète graphiquement le résultat.
 - b) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interprète les résultats.
- 2)
 - a) Montre que $\forall x \in]-\infty; 0[$, $-x^2 \leq f(x) \leq x^2$
 - b) Justifie que f est prolongeable par continuité en 0
 - c) Définis son prolongement g

EXERCICE: 4

La fonction f a pour tableau de variation.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-5	$+\infty$	$-\infty$

Diagram description: The table shows the variation of function f(x). At x = -1, there is a local maximum of -5. At x = 0, there is a vertical asymptote where f(x) goes to +infinity from the left and -infinity from the right. As x approaches -infinity, f(x) goes to -infinity. As x approaches +infinity, f(x) goes to -infinity. Arrows indicate the increasing and decreasing trends between these points.

- 1) En utilisant le tableau de variation donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(1 + \frac{1}{x})$;

~~$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(\frac{5}{f(x)+3})$~~ ~~$f(\frac{5}{f(x)+3})$~~

- 2) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0 ; +\infty[$.
 3) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

EXERCICE: 5

Une PME (Petite et Moyenne Entreprise) fabrique de la conserve à l'huile de tournesol, la conditionne dans une boîte de 80 g. cette PME dispose ces boîtes dans des cartons en raison de 50 boîtes par carton. Le coût de production journalier et la recette journalière sont définis respectivement par $C(t) = t^3 - 42t + 800$ et $R(t) = 150t$ où $C(t)$ et $R(t)$ sont exprimés en milliers de francs CFA et t le nombre de cartons en milliers sur le marché et compris entre 2 et 12.

A l'aide de tes connaissances mathématiques détermine le nombre de cartons qui assure à cette PME un bénéfice positif.