Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN° 1	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4 — Série : D	

Exercice 1 : « 5 points »

Une urne contient 5 boules noirs et 5 boules blanches indiscernables au touchées. On tire successivement et avec remise n boules dans cette urne ; (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2). Soient les événements :

A : « On obtient des boules des deux couleurs » ;
B : « On obtient au plus une boule blanche »

1. a)) Calculer la probabilité de l'événement
   C : « Toutes les boules sont de même couleurs »
   b)) Calculer la probabilité de l'événement
   D : « On obtient exactement une boule blanche ».
2. En déduire que : $P(A \cap B) = \dfrac{n}{2^n}$; $P(A) = 1 - \dfrac{1}{2^{n-1}}$; $P(B) = \dfrac{n+1}{2^n}$.
3. Montrer que : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ si et seulement si $2^{n-1} = n + 1$.
4. En déduire la valeur de n pour laquelle les événements A et B soient indépendants.

Exercice 2 : « 5 points »

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé directe $(0, \vec{i}, \vec{j})$; on donne les points A, B et I d'affixe respectives $z_A = 1 - i$, $z_B = -2 + 2i$ et $z_I = \dfrac{k-2}{2}$ où k un entier naturel. Soit C le point tel que le point I milieu du segment [BC].

1. Montrer que $z_C = k - 2i$.
2. On pose : $Z = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.
   a) Etablir la forme algébrique du nombre complexe Z.
   b) Déterminer alors la valeur de k pour que le triangle ABC soit rectangle en A.
3. Dans la suite on prend $k = 0$.
   Soit D le point défini par : $-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{O}$. Montrer que $z_D = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$.
4. Soit h l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$
   a) Montrer que $\overrightarrow{AM'} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.
   b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'application h.
5. Etablir l'écriture complexe d'une homothétie H de centre A et de rapport $-\dfrac{1}{2}$.
6. a)) On pose H (B) = B' et H (C) = C'. Calculer $z_{B'}$ et $z_{C'}$.

b)) En déduire l'image du triangle ABC par l'homothétie H.

Problème : « 10 points »

Les parties A et B sont largement indépendantes.

Partie A : **Etude d'une fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[\,0\,,+\infty\,[$ par :

$$f(x) = x(1 - \ln x) \quad \text{si } x > 0 \quad \text{et} \quad f(0) = 0$$

1. Montrer que la fonction f est continue au point $x_0 = 0$
2. Etudier la dérivabilité de f au point $x_0 = 0$
3. Préciser alors la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
4. Dresser le tableau de variation de f
5. a)) Résoudre dans l'intervalle $]\,0\,,+\infty\,[$, l'équation $f(x) = 0$.
   Interpréter géométriquement le résultat.

   b)) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$. Conclure.

   c)) Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$.
6. a)) A l'aide d'une intégration par partie, calculer l'intégral $I = \int_1^e x\ln x.dx$.

   b)) Calculer alors la valeur exacte de la surface du domaine du plan limité par (C_f),
   l'axe des abscisses et les droites d'équations respective $x = 1$ et $x = e$.

Partie B : **Etude d'une suite**

On considère la suite (U_n) définie par : $U_n = \int_0^1 \dfrac{e^{-nt}}{1+e^{-t}}\,dt$, pour tout entier naturel n.

1. **Calcul de U_0.**
   a)) Montrer que : $U_0 + U_1 = 1$
   b)) Calculer la valeur exacte de U_1.
   c)) En déduire la valeur exacte de U_0.

2. **Etude de la convergence de la suite (U_n)**
   a)) Montrer que, pour tout entier naturel n, $U_n \geq 0$.
   b)) Etudier le sens de variation de la suite (U_n).
   c)) En déduire que la suite (U_n) converge.

3. **Calcul de la limite de la suite (U_n)**

   a)) Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[\,0\,;1\,]$, $\dfrac{1}{1+e^{-t}} \leq \dfrac{e}{1+e}$.

   b)) En déduire que pour tout entier naturel n, $U_n \leq \dfrac{e}{1+e}\int_0^1 e^{-nt}dt$.

   c)) Montrer alors que, pour tout entier naturel n, $0 \leq U_n \leq \dfrac{1}{n}(1 - e^{-n})\dfrac{e}{1+e}$.

   d)) Déterminer la limite de la suite (U_n)

Union des Comores	*Office Nationale des examens et Concours*	
Baccalauréat	***Blanc IN° 2***	***Session : 2016***

Epreuve de : Mathématiques	***Durée*** *: 4 heurs.* ***Coef*** *: 4* ***Série*** *: D*

Exercice 1: « 3 points »

Un jeu comporte 16 cartes (4 as, 4 roi, 4 dames , 4 valets).
On tire au hasard et simultanément deux cartes.

1. *Calculer la probabilité des événements suivants :*
   A :« obtenir deux as » ; B : « obtenir un seul valet » ; C :« tirer au moins un roi rois »
2. *On s'intéresse à la couleur des cartes tirées. X la variable aléatoire associe le gain du joueur dont ce dernier gagne 1 00 Fc pour chaque carte rouge tirée.*

a)) Déterminer la loi de probabilité de X
b)) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 2 : « 4 points »

Dans une maternité, on a relevé, pour chacune des six naissances d'une journée, l'âge ***x*** *de la mère (en année) et le poids* ***y*** *du nouveau née (en kilogramme). Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :*

Age de la mère : x_i	**16**	**18**	**20**	**22**	**26**	**27**
Poids du nouveau né : y_i	**2,8**	**3,4**	**3,1**	**2,9**	**3,6**	**4**

1. *Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage des points de cette série statistique double.*
2. *A l'aide de la méthode de MAYER, montrer que la droite d'ajustement linéaire de cette série double (x_i , y_i), a pour équation réduite* $y = \frac{2}{35}x + \frac{29}{14}$.
3. *En supposant que la relation entre le poids du nouveau née et l'âge de la mère est générale, donner une estimation du poids d'un nouveau née d'une mère de 30 ans.*

Exercice 3 : « 4 points »

Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u} ; \vec{v})$*, on considère les points A et I d'affixes respectives* $z_A = \sqrt{3} + 2i$ *et* $z_I = i$ *.*
Soit (L) le cercle de centre I et de rayon r = 2.

1. *a)) Montrer que le point A appartient au cercle (L).*
   b)) Faire une figure ***(on complétera la figure au fur et à mesure)****.*
2. *Soit R la transformation qui à tout point d'affixe z = x + i y associe le pont M' d'affixe z' = x' +i y', où x, x', y et y' des nombres réels, tel que :* $\begin{cases} x' = 1 - y \\ y' = 1 + x \end{cases}$
   On désigne par B l'image du point A par R.
   a)) Exprimer z' en fonction de z.
   b)) Caractériser alors la transformation R.
   c)) Montrer que : $z_B = -1 + i(1 + \sqrt{3})$*.*
3. *Calculer l'affixe du point C symétrique du point A par rapport au point I.*
4. *Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier votre réponse.*
5. *Calculer la surface du triangle ABC.*

Problème : « 9 points »

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire**

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x) = \ln(1 + e^{-x})$

1. a)) *Dresser le tableau de variation de g*

   b)) *En déduire que, pour tout réel x, on a :* $g(x) > 0$.

2. *Soient U et V deux fonction définies sur l'intervalle* $[0 ; +\infty[$ *par :*

$$U(t) = \ln(1+t) - t \quad \text{et} \quad V(t) = \ln(1+t) - t + \frac{1}{2}t^2$$

   a)) *Etudier le sens de variation U et V (on ne demande pas de calculer les limites)*

   b)) *En déduire que, pour tout réel* $t \geq 0$, *on a :* $U(t) \leq 0$ *et* $V(t) \geq 0$.

   c)) *Etablir que, pour tout réel* $t \geq 0$, *on a :* $t - \frac{1}{2}t^2 \leq \ln(1+t) \leq t$.

Partie B : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x + 2 - \ln(1 + e^{x})$

1. *Calculer la limite de f en* $-\infty$.
2. a)) *Montrer que pour tout réel x, on a :* $f(x) = 2 - \ln(1 + e^{-x})$.

   b)) *En déduire la limite de f en* $+\infty$. *Interpréter géométriquement le résultat.*
3. a)) *Déterminer* $f'(x)$, *pour tout réel x. En déduire le sens de variation de f.*

   b)) *Dresser le tableau de variation de f.*
4. a)) *Démontrer que l'équation* $f(x) = 0$ *admet une et une solution notée* α *sur IR.*

   b)) *Déterminer la valeur exacte de* α .
5. *Soit* (d_1) *la droite d'équation* $y = x + 2$.

   a)) *Montrer que la droite* (d_1) *est un asymptote de* (C_f).

   b)) *Etudier la position de* (C_f) *par rapport à la droite* (d_1).
6. *Soit* (d_2) *la droite d'équation* $y = 2$.

   a)) *Préciser la position de* (C_f) *par rapport à la droite* (d_2).

   b)) *Tracer* (d_1), (d_2) *et* (C_f) *dans le repère orthonormé* $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

   On prend : $f(0) = 1{,}3$ ***et*** $\alpha = -\ln(e^2 - 1) = -1{,}8$.
7. *Montrer que f admet une bijection réciproque notée* f^{-1} *d'un intervalle K que l'on déterminera vers IR et que pour tout réel x de K, on :* $f^{-1}(x) = -\ln(e^{2-x} - 1)$.

Partie C : **Etude d'une suite**

Soit (U_n) *la suite définie par :* $U_n = \int_0^n g(x)dx$, *pour tout entier naturel n non nul.*

1. a)) *Montrer que pour tout entier naturel n, non nul, on a :* $U_{n+1} - U_n = \int_n^{n+1} g(x)dx$.

   b)) *En déduire le sens de variation de la suite* (U_n).
2. *En utilisant* ***A] 2))c)),*** *démontrer que pour tout entier* $n > 0$, *on a :*

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}e^{-2n} - e^{-n} \leq U_n \leq 1 - e^{-n}.$$

3. *Justifier que, pour tout entier* $n > 0$, *on a :* $U_n \leq 1$.
4. *Montrer que la suite* (U_n) *converge.*
5. *On pose :* $k = \lim_{n \to +\infty} U_n$. *Montrer que :* $0{,}75 \leq k \leq 1$

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours
Baccalauréat	Blanc IN° 3 Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4 — Série : D

Exercice 1: « 4 points »

Une urne contient une boule noire et 3 boules rouges. On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Soit A l'événement : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

1. Calculer la probabilité de l'événement A.
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe le nombre de boules noires obtenues.

a)) Déterminer les valeurs prises de X

b)) Etablir la loi de probabilité de X

c)) Calculer l'espérance mathématique.

Exercice 2 : « 4 points »

Le tableau suivant donne l'évolution du montant du taux horaire des enseignants dans les établissements privés.

Année	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Taux horaire en Fc : y_i	2 000	2 250	2 500	2 750	3 000

1. Calculer le pourcentage d'augmentation du taux horaire des enseignants dans les établissements privés entre 2009 et 2013.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage
3. Calculer la covariance de cette série statique double.
4. En utilisant la méthode de Moindre carrée, montrer que l'équation de la droite de régression de y en x est $y = 250x + 1750$.
5. Si cette tendance se confirme, que serai le taux horaire des enseignants dans les établissements privé en 2020 ?

Exercice 3 : « 4 points »

1. Résoudre dans l'ensemble des nombre complexes l'équation :

$$z^2 - 2\sqrt{2}\,z + 4 = 0$$

2. Dans le plan complexe, rapporté d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A ,B et C d'affixe respectives $z_A = 2i$, $z_B = \sqrt{2}\,(1 - i)$, $z_C = \sqrt{2}\,(1 + i)$.

Soit R la transformation du plan dans lui-même qui a tout point M du plan d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)z$

a)) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation R

b)) Vérifier que $z_A = e^{i\frac{3\pi}{4}} z_B$.

Que peut on dire des points A et B.

c)) Déterminer l'affixe du point D, image du point A par R.

d)) Déterminer l'image de la droite (AB) par R.

Problème : « 8 points »

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[\,0\,,+\infty\,[$ par : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$

Partie A : **Questions préliminaires.**

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[\,0\,,+\infty\,[$ par $g(x) = e^x - x - 1$

1. a)) Montrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $g'(x) > 0$.

b)) En déduire le sens de variation de g sur l'intervalle $[\,0\,,+\infty\,[$.

c)) Calculer $g(0)$. En déduire que, pour tout réel $x > 0$, on a : $g(x) > 0$.

2. Soit H la fonction définie sur l'intervalle $[\,0\,,+\infty\,[$ par $H(x) = (2 - x)\,e^x - 1$

a)) Dresser le tableau de variation de H.

b)) Montrer que l'équation $H(x) = 0$ admet une seule solution α sur $[\,0\,,+\infty\,[$

c)) Vérifier que $1{,}8 < \alpha < 1{,}9$.

d)) Préciser, suivant les valeurs du nombre réel $x \geq 0$, le singe de $H(x)$.

Partie B : **Etude de la fonction f et tracé de la courbe (C_f)**

1. a)) Vérifier que, pour tout réel x positif, on a : $f(x) = \dfrac{1-e^{-x}}{1-xe^{-x}}$

b)) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Donner une interprétation géométrique de ce résultat.

2. a)) Montrer que, pour tout réel x positif, on a : $f'(x) = \dfrac{H(x)}{(e^x - x)^2}$.

b)) En déduire le sens de variation de f.

c)) Dresser le tableau de variation de f.

3. a)) Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.

b)) Montrer que pour tout réel x positif, on a : $f(x) - x = \dfrac{(1-x)g(x)}{e^x - x}$.

c)) En déduire la position de (C_f) par rapport à (T), sur l'intervalle $[0\,,+\infty\,[$

4. Tracer (T) et (C_f) dans un même repère orthonormé $(O\,,\vec{i};\vec{j}\,)$.
5. Calculer la valeur exacte de la surface du domaine du plan limitée par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

Partie C : **Etude d'une suite**

On considère la suite (U_n) définie par : $U_n = \displaystyle\int_n^{n+1} f(x)dx$ pour tout $n \geq 2$.

1. a)) Monter que, pour tout réel $x \geq 2$, on a : $f(x) > 1$.

   b)) En déduire que, pour tout entier naturel $n \geq 2$, on a : $U_n > 1$
2. a)) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[\,n\,;\,n+1]$ et $n \geq 2$, on a :

$$f(n+1) \leq U_n \leq f(n)$$

   b)) Déterminer alors le sens de variation de la suite (U_n).
3. Montrer que la suite (U_n) converge.
4. En utilisant **C]2)) a))** et **B]1)) b)),** déterminer la limite de la suite (U_n).
5. a)) Calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{e^{n+1}-n-1}{e^n - n}\right)$.

   b)) Montrer que, pour tout entier naturel $n \geq 2$, on a : $U_n = \ln\left(\dfrac{e^{n+1}-n-1}{e^n - n}\right)$.

   c)) Retrouver le résultat de la question **C] 4)).**

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	**Blanc IN° 4**	**Session : 2016**
Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4	**Série** : D

Exercice 1: « 4 points »

Le porte monnaie de Saïd contient quatre pièces de 1F, deux pièces de 5 F et trois pièces de 10 F. Un voleur prélève simultanément trois pièces. On suppose que chaque pièce à la même probabilité d'être tirée. Soient les événements :

A : « le voleur a obtenu trois pièces de même valeur »

B : « le voleur a obtenu une somme de 11 F »

« On donnera les résultats sous forme d'une fraction irréductible »

1. *Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.*
2. *Soit X la variable aléatoire associe la somme obtenu par le voleur.*
   a)) Déterminer les valeurs prises par X
   b)) Etablir la loi de probabilité de X
   c)) Calculer l'espérance mathématique de X

Exercice 2 : « 4 points »

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique. Le tableau suivant indique le nombre d'acheteur correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros.

Prix : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. *Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage*
2. *Calculer la covariance de cette série double (x_i , y_i)*
3. *En utilisant la méthode de MAYER, montrer que la droite d'ajustement linéaire de cette série double a pour équation $y = -15x + 188{,}75$.*
4. *En supposant que cette tendance se confirme, déterminer alors une estimation du prix unitaire de ce produit si la société veut obtenir 188 acheteurs.*

Exercice 3 : « 4 points »

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}\ ; \vec{v})$, on considère les points A_0, A_1, A_2 d'affixes respectives $z_0 = 5-4i$, $z_1 = -1-4i$, $z_2 = -4-i$.

1. a)) *Placer les points A_0, A_1 et A_2 dans le repère.*

b)) Justifier l'existence d'une similitude directe S telle que $S(A_0) = A_1$ et $S(A_1) = A_2$.

c)) Établir que l'écriture complexe de S est : $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

d)) Caractériser alors la similitude S. On notera Ω le point d'affixe ω le centre de S.

2. *On considère un point M, d'affixe z non nul, et M', d'affixe z' son image par S.*

a)) Vérifier la relation : $\omega - z' = i(z - z')$

b)) En déduire la nature du triangle Ω MM'.

3. *Pour tout entier naturel n, le point A_{n+1}, est défini par $A_{n+1} = S(A_n)$ et on note z_n l'affixe du point*

A_n, pour tout entier naturel n. On rappel que le triangle $\Omega\, A_n, A_{n+1}$ est iso rectangle en A_{n+1} .

a)) *Construire géométriquement les points A_3, A_4 et A_5 en expliquant la procédure utilisée.*

b)) *Démontrer par récurrence que, pour tout n, $z_n = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n(1-i)^{n+1} - 1 + 2i$.*

4. *On note par R_n le rayon du cercle circonscrit au triangle ΩA_nA_{n+1}.*

a)) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $R_n = 6\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$.

b)) *Déterminer la limite de la suite (R_n) et le plus petit entier naturel p tel que, pour tout entier naturel n : si $n > p$ alors $R_n < 10^{-1}$.*

Problème : « 8 points »

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire**

soit g une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ *par :* $g(x) = x + 2 - e^x$;

1. *a)) Dresser le tableau de variation de g*
   b)) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une et une solution α sur $[0\,;\infty[$ et que $1,14 < \alpha < 1,15$
   c)) En déduire le signe de $g(x)$, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
2. *a)) Etudier le sens de variation de la fonction H définie sur $[0\,;+\infty[$ par :*
   $$H(x) = (1-x)\,e^x - 1$$
   b)) En déduire le signe de $H(x)$, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

Partie B : **Etude d'une fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{xe^x + 1}$.

1. *Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter géométriquement le résultat.*
2. *a)) Montrer que, pour réel x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$, on a :* $f'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.
   b)) En déduire le sens de variation de f.
   c)) Dresser le tableau de variation de f.
3. *a)) Etablir l'équation de la demi tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.*
   b)) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$, on a : $f(x) - x = \dfrac{(x+1)H(x)}{xe^x+1}$.
   c)) En déduire la position de (C_f) par rapport à (T).
4. *Tracer (T) et (C_f) dans le repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.*

Partie C : **Etude d'une suite**

On considère les suites (U_n) et (S_n) définies par

$$U_n = \int_0^n H(x)dx \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=1}^{n} H(k) = H(1) + H(2) + \ldots\ldots + H(n)$$

1. *a)) A l'aide d'une intégration par partie, montrer que, pour tout n,* $U_n = (2-n)e^n - n - 2$.
   b)) Calculer alors la limite de la suite (U_n).
2. *Montrer que pour tout entier naturel k, on a :* $H(k+1) \le \displaystyle\int_k^{k+1} H(x)dx$
3. *En déduire que :* $S_n \le U_n$.
4. *Déterminer alors la limite de la suite (S_n)*

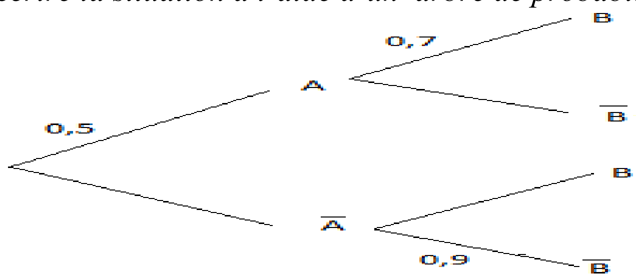
Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN° 5	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques		**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4 **Série** : D

Exercice 1: « 4 points »

Monsieur Ali joue un jeu de deux parties dans lequel la probabilité de gagner la premier partie est la même que celle de la perdre. En revanche, si Ali gagne la première partie, la probabilité qu'il gagne la deuxième partie est 0,7. S'il perd la première partie, la probabilité de perdre la deuxième partie est 0,9. Soient les événements : **A : « Ali gagne la première partie » ;**

B : « Ali gagne la deuxième partie »

1.Décrire la situation à l'aide d'un arbre de probabilité en complétant l'arbre suivant :



2.Calculer la probabilité qu'Ali gagne les deux partie : $P(A \cap B)$.

3. Montrer que $P(B) = 0,4$.
4. Sachant qu'Ali a gagné la deuxième partie, quelle est la probabilité qu'il ait gagné la première : $P_B(A)$.

5. Soit X la variable aléatoire associe le nombre de partie gagnée par Ali dans ce jeu.

a)) Déterminer les valeurs prises par X

b)) Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X

c)) Vérifier que l'espérance mathématique de la variable aléatoire X est égal à 0,9.

Exercice 2 : « 4 points »

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.

Le tableau suivant indique le nombre d'acheteur correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros.

Prix : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage
2. Calculer la covariance de cette série double (x_i, y_i)
3. En utilisant la méthode de **MAYER**, montrer que la droite d'ajustement linéaire de cette série double a pour équation $\mathbf{y = -15x + 188,75}$.
4. En supposant que cette tendance se confirme, déterminer alors une estimation du prix unitaire de ce produit si la société veut obtenir **188** acheteurs.

Exercice 3 : « 4 points »

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}\ ; \vec{v})$*, on considère les points A, B et C d'affixes respectives* $a = 2$, $b = 1 - i\sqrt{3}$ *et* $c = 2 + 2i$ *ainsi la transformation T qui à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que* $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - 2$.

On note $T(C) = C'$.

1. a)) Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe b.

b)) Montrer que les points A et B appartiennent à un même cercle (L) de centre O dont on précisera le rayon.

c)) Dans le même repère, construire le cercle (L) et puis placer les points A, B et C.

2. Calculer c' l'affixe du point C', où le point C', est l'image de C par la transformation T.
3. a)) Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\frac{c'}{c}$

b)) En déduire la nature du triangle OCC' puis calculer sa surface **(on donnera la valeur exacte).**

4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation T.
5. Déterminer et construire l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par T

Problème : « 8 points »

Partie A : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$

On note par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (0, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1. Justifier que f est définie sur l'intervalle IR – { - 2 ; 2 }.
2. a)) Montrer que f est une fonction impaire
   b)) En déduire qu'on peut étudier f sur l'intervalle $I = [\,0\,;\,2\,[\cup]\,2\,;+\infty\,[$, puis préciser comment on peut compléter le tracer de la courbe représentative de f.
3. Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\>}} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
4. a)) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle I, on a : $f'(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$.
   b)) En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle I.
   c)) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle I.
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions sur l'intervalle I dont l'une est notée α . Vérifier que $2{,}3 \le \alpha \le 2{,}4$.
6. Montrer que la droite (d) d'équation $y = x$ est un asymptote oblique de (C_f) en $+\infty$.
7. Tracer (d) et (C_f) sur l'intervalle IR – { - 2 ; 2 }.
8. a)) A l'aide d'une intégration par partie, calculer la valeur exacte de $K = \int_3^4 \ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)dx$.
   b)) En déduire la valeur exacte de la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 3$ et $x = 4$.

Partie B : **Etude d'une suite**

Soient (U_n) la suite par : $U_n = \int_1^e (\ln x)^n\,dx$, pour tout entier naturel n.

1. a)) Démontrer que $\forall$ n et pour tout x de [1 ; e], on a : $(\ln x)^n - (\ln x)^{n+1} \ge 0$.
   b)) En déduire le sens de variation de la suite (U_n).
2. Montrer que, pour tout entier n, on a : $U_n \ge 0$.
3. Prouver que la suite (U_n) converge.
4. A l'aide d'une intégration par partie, démontrer que , $\forall$ n, on a : $U_{n+1} = e - (n+1)U_n$.
5. En utilisant **2)) et 4)),** montrer que $(n+1)\,U_n \le e$.
6. Déterminer alors la limite de la suite (U_n).
7. Calculer U_0, U_1 et U_2.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN° 6	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4	Série :D

Exercice 1 : « 5 points »

On considère les suites (U_n), (V_n), (W_n) et (K_n) définies sur IN par :

$$U_0 = 3 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n + V_n}{2} \ ; \ V_0 = 4 \text{ et } V_{n+1} = \frac{U_{n+1} + V_n}{2} \ ;$$

$$W_n = V_n - U_n \ ; \ K_n = \frac{U_n + 2V_n}{3} \ .$$

1. Calculer U_1, V_1, et W_0.
2. a)) Montrer que $W_{n+1} = \frac{1}{4} W_n$. En déduire la nature de la suite (W_n).

   b)) Exprimer W_n en fonction de n.

   c)) Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n - U_n)$.
3. Vérifier que : $U_n = V_n - \left(\frac{1}{4}\right)^n$ et puis que : $V_n = U_n + \left(\frac{1}{4}\right)^n$.
4. a)) Montrer alors que : $U_{n+1} = U_n + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$ et que $V_{n+1} = V_n - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$

   b)) En déduire le sens de variation de la suite (U_n) et (V_n).
5. Justifier que les deux suites (U_n) et (V_n) sont deux suites adjacentes .
6. Montrer par récurrence que, pour tout entier n, on a : $K_n = \frac{11}{3}$.
7. On pose : $m = \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \lim\limits_{n\to+\infty} V_n$. Déterminer la valeur exacte du réel m.

Exercice 2: « 5 points »

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On donne les points I, M, A et N d'affixe respective :

$z_I = 1 + 2i$, $z_M = 1 + \sqrt{3} + i$, $z_A = 1 + \sqrt{3} - i$ et $z_N = 1 - 2i$.

1. Justifier que les points M et A sont symétriques par rapport à l'axe $(O, \vec{u},)$.
2. Soit B le point d'affixe $z_B = \sqrt{3} + i$. Ecrire z_B sous forme exponentielle et puis justifier que le point B appartient au cercle (H) de centre O et de rayon 2.
3. Montrer que le point M est l'image du point B par la translation de vecteur $\vec{u}$.
4. Placer les points I, N puis tracer (H) et enfin placer alors les points B, M et A.
5. a)) Calculer la distance IM et AN.

   b)) Montrer que les droites (NI) et (MA) sont parallèles.

   c)) Quelle est alors la nature du quadrilatère **(IMAN)** ?
6. a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe $\frac{z_I - z_M}{z_N - z_M}$.

   b)) En déduire la nature du triangle (NIM).
7. Montrer alors que les quatre sommets du quadrilatère **(IMAN)** appartiennent à un même cercle (L) dont on déterminera le centre et le rayon. Tracer (L)

Exercice 3 : « 4 points »

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' + 2y = 3e^{-3x}.$$

1. *Déterminer le réel m pour que la fonction* $U(x) = m\,e^{-3x}$ *soit solution de (E).*
2. *Montrer que y est solution de (E) si et seulement si* $Y = y - U$ *est solution de l'équation différentielle (E') :* $Y' + 2Y = 0$.
3. *Résoudre l'équation différentielle (E')*
4. *En déduire tous les solutions de l'équation différentielle (E).*
5. *Déterminer la solution H de l'équation différentielle (E) qui s'annule en 0.*

Exercice 4 : « 6 points »

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[\,0\,;+\infty\,[$ *par :*

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{2}\left(\ln x - \dfrac{3}{2}\right) & si \quad x > 0 \\ f(0) = 0 \quad si \quad x = 0 \end{cases}$$

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. *Etudier la continuité et la dérivabilité de f au point* $x_0 = 0$.
2. *Préciser la tangente à* (C_f) *au point d'abscisse* $x_0 = 0$.
3. *Dresser le tableau de variation de f.*
4. *Etablir l'équation de la tangente (T) à* (C_f) *au point d' abscisse* $x_1 = 1$.
5. *On considère la fonction g définie sur l'intervalle* $]0\,;+\infty\,[$ *par :*

   $$g(x) = f(x) + x - \frac{1}{4}.$$

   a)) Calculer g (1)

   b)) Dresser le tableau de variation de la fonction g ' (x).

   c)) En déduire le signe de g ' (x) , pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;+\infty\,[$.

   c)) Déterminer le sens de variation de g

   d)) Montrer alors que pour tout réel x de l'intervalle $[\,0\,;1]$, $g(x) \leq 0$ *et pour tout réel x de l'intervalle* $[\,1\,;+\infty\,[$ $g(x) \geq 0$.

6. *Préciser alors la position de* (C_f) *par rapport à la droite (T).*
7. *a)) Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$.

   Interpréter géométriquement le résultat.

   b)) Tracer (T) et (Cf) dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN° 7	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coefficient** : 4	**Série** : D

Exercice 1 : « 4 points »

Dans un carton se trouve cinq enveloppes. Deux d'entre elles renferment chacun un billet de 10 euros une autre enveloppe renferme un billet de 20 euros et les deux derniers sont vides. On tire au hasard et simultanément deux enveloppes.

1. Calculer la probabilité de l'événement A : « obtenir une somme de 10 euros »
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux enveloppes associe la somme obtenue.
   a)) Déterminer les valeurs prises par X.
   b)) Etablir la loi de probabilité de X.
   c)) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 2 : « 4 points »

On considère la série statistique à deux variables suivante :

x_i	3	5	6	8
y_i	2	3	4	6

1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage des points de cette série.
2. Calculer la covariance de cette série double (x_i, y_i)
3. Calculer les variances des séries x_i et y_i.
4. En déduire le coefficient de corrélation linéaire de la série double (x_i, y_i) .

Exercice 3 : « 4 points »

1. On considère, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation suivante :

$$(E) \quad z^3 + 2z^2 - 16 = 0$$

a)) Montrer que le réel 2 est solution de (E) puis que (E) peut s'écrire sous la forme $(z-2)(az^2 + bz + c)$; où a , b et c sont trois réels que l'on déterminera.

b)) En déduire les solutions de (E) sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.

2. Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé directe $(O, \vec{u}; \vec{v})$.

a)) Placer les points A , B et D d'affixes respectives : $z_A = -2 - 2i$; $z_B = 2$ et $z_D = -2 + 2i$;

b)) Calculer l'affixe z_C du point C tel que ABCD soit un parallélogramme. Placer C.

c)) Soit E l'image du point C par la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et F l'image du point C par la rotation de centre D et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Calculer z_E et z_F.

d)) Vérifier que : $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$. En déduire la nature du triangle FAE.

e)) Soit I, le milieu de [EF] .

Déterminer l'image du triangle EBA par la rotation de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

Problème : « 10 points »

Les parties A et B sont largement indépendantes

Partie A : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = -x + 7 - 4e^{x} & si \quad x \leq 0 \\ f(x) = x + 3 - x\ln x & si \quad x > 0 \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue au $x_o = 0$
2. Etudier la dérivabilité de en $x_o=0$
3. Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
4. Dresser le tableau de variation de f

5. a)) Montrer que la droite (d) d'équation y = - x + 7 est un asymptote de (C_f) en - ∞.
   b)) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (d).
   c)) Calculer $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$. Interpréter géométriquement le résultat.
6. Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_1 = e$.
7. Montrer que l'équation f (x) = 0 admet une et seule solution sur IR notée α
   et que : $4 < \alpha < 5$
8. Tracer (T), (d) et (C_f) dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

9. Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe des abscisses et

   les droites d'équation x = 1 et x = e.

Partie B : **Etude d'une suite**

On considère la suite (U_n) définie par :

$U_n = \int_0^1 \frac{1}{1+t^n} dt$, pour tout entier naturel n.

1. Calculer U_0 et U_1.
2. Montrer que pour tout réel t de l'intervalle [0 , 1] , on a : $1 - t^n \leq \frac{1}{1+t^n} \leq 1$.
3. En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $1 - \frac{1}{n+1} \leq U_n \leq 1$.
4. Déterminer alors la limite de la suite (U_n).

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	**Blanc IN° 8**	**Session : 2016**

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 4 heurs. **Coef** : 4

Série : D

Exercice 1 : « 5 points »

Un jeu consiste à lancer simultanément deux dés classiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Pour jouer à ce jeu, on doit miser 900 Fc. En contrepartie, on recevra des prix qui dépendent à la somme des points obtenus. On gagne :

- *800 Fc si la somme des points obtenus est 8 ;*
- *900 Fc si la somme des points obtenus est 9 ;*
- *1000 Fc si la somme des points obtenus est 10 ;*
- *1100 Fc si la somme des points obtenus est 11 ;*
- *1200 Fc si la somme des points obtenus est 12 ;*
- *Rien dans les autres cas.*

Ali s'intéresse au jeu. Soit X la variable aléatoire associe le gain d'Ali.

1. *Etablir la loi de probabilité de X*
2. *Calculer l'espérance, la variance et l'écart type de X.*

Exercice 2 : « 5 points »

1. *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :* $z^2 - z\,\bar{z} = -18 - 36i$
2. *le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct* $(O, \vec{u}; \vec{v})$, *on donne les points* $A(z_A = 6 - 3i)$, $B(z_B = 2 + 4i)$

   a)) *Placer les points A et B. « on complétera la figure au fur et à mesure »*

   b) *Quelle est la nature du triangle BAO.*

   c)) *Déterminer l'affixe du point B' image du point B par la rotation R de centre O et d'angle* $\frac{\pi}{2}$ *et celle du point A' image du point A par la rotation R' de centre O et d'angle* $-\frac{\pi}{2}$

   d)) *Calculer l'affixe du point K, milieu du segment [A' B']*

   e)) *Donner une interprétation géométrique du nombre complexe* $q = \frac{z_K}{z_A - z_B}$

   f)) *Calculer un argument, du nombre complexe q.*

   g)) *En déduire que les droites (OK) et (AB) sont perpendiculaire*

   h)) *Que représente la droite (OK) pour le triangle BAO ?*

Problème : « 10 points »

La partie A est largement indépendant aux deux derrière parties B et C.

Partie A : **Etude d'une équation différentielle**

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' + 2y = 3e^{-3x}.$$

1. *Déterminer le réel m pour que la fonction U (x)= m e^{-3x} soit solution de (E).*
2. *Montrer que y est solution de (E) si et seulement si Y = y – U est solution de l'équation différentielle (E') : Y ' + 2 Y = 0.*
3. *Résoudre l'équation différentielle (E')*
4. *En déduire tous les solutions de l'équation différentielle (E).*
5. *Déterminer la solution H de l'équation différentielle (E) qui s'annule en 0.*

Partie B : **Etude d'une fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle]0 ; + ∞[par :
f (x) = 1 – x + 2 ln x.

1. *Dresser le tableau de variation de f.*
2. *Montrer que l'équation f (x) = 0 admet une solution unique α sur [2 ; +∞ [et que $3 \leq \alpha \leq 4$.*
3. *Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$.*
4. *a)) Tracer (T) et (C_f) dans un même repère orthonormé (0, $\vec{i}$, $\vec{j}$).*

b)) Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe (x'ox) et les droites x= 1, x = 2.

Partie C : **Etude d'une suite**

Soit g la fonction définie sur [3 ; +∞ [par :
g (x) = 1 + 2 ln x.

1. *Vérifier que : g (α) = α.*
2. *Montrer que pour tout réel x de [3 ;+∞ [, alors g (x) appartient [3 ;+∞ [et que*
$$\left|g'(x)\right| \leq \frac{2}{3} .$$
3. *En déduire que, pour réel x de [3 ;+∞ [, on a :* $\left|g(x)-\alpha\right| \leq \frac{2}{3}\left|x-\alpha\right|$.
4. *Soit (U_n) la suite définie par : $U_0 = 3$, $U_{n+1} = g (U_n)$ pour tout entier naturel n.*
   a. *Montrer que pour tout entier n , on a : U_n appartient à [3 ;+∞ [.*
   b. *En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :* $\left|U_{n+1}-\alpha\right| \leq \frac{2}{3}\left|U_n-\alpha\right|$.
   c. *Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :* $\left|U_n-\alpha\right| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$.
   d. *Déterminer alors la limite de la suite (U_n).*

Déterminer le plus petit entier naturel p tel que U_p tel que U_p soit une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN° 9	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4	Série : D

Exercice 1 : « 5 points »

Dans la boutique TORENGUE, pour chaque personne entrant, la vente est limitée par

une lunette et une chaussure. Une enquête statistique a montré que :

- ✓ 10 % des personnes qui entrent dans la boutique achètent une lunette ;
- ✓ Parmi les personnes qui achètent une lunette, 80 % achètent une chaussure ;
- ✓ Parmi les personnes qui n'achètent pas une lunette, 10 % achètent une chaussure.

Soient les événements :

L : « la personne achète une lunette » ; C : « la personne achète une chaussure »

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci – dessous
2. a)) Montrer que P (C) = 0,17
   b)) Quelle est la probabilité que la personne n'achète pas de lunette sachant qu'elle a acheté une chaussure ?
3. A la fin de la journée, le patron de TORENGUE constate qu'il a réalisé en moyenne un bénéfice de 400 Fc par personne entrant dans la boutique. On sait que le patron a fait un bénéfice de 1500 Fc par lunette vendue et un bénéfice x par chaussure vendue.
   a)) Reproduire et compléter le tableau suivant définissant la loi de probabilité « montant du bénéfice réalisé par personne entrant dans la boutique ».

Montant du bénéfice	0	1500	x	1500 + x
Probabilité				

   b)) Calculer l'espérance mathématique de cette loi, en fonction de x.
   c)) Déterminer alors le bénéfice réalisé par chaussure vendue.

Exercice 2 : « 5 points »

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct (O , $\vec{u};\vec{v}$), on appelle A et B les points du plan d'affixes respectives a = 1 et b = - 1. On considère l'application f qui, à tout point M différent du point B, d'affixe z, fait correspondre le point M' d'affixe z' définie par : $z' = \dfrac{z-1}{z+1}$. On fera une figure complétée tout ai long de cet exercice.

1. Déterminer les points invariants de par f
2. a)) Montrer que, pour tout nombre complexe z différent de – 1,
   $$(z' – 1) (z + 1) = - 2.$$
   b)) En déduire une relation entre $|z'-1|$ et $|z+1|$, puis entre arg(z' – 1) et arg (z + 1), pour tout nombre complexe z différent de – 1.
   c)) Traduire ces deux relations en termes de distances et d'angles.
3. Montrer que si M appartient au cercle (L) de centre B et de rayon 2, alors M' appartient au cercle (L') de centre A et de rayon 1.
4. Soit le point P d'affixe p = - 2 + i $\sqrt{3}$.
   a)) Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe (p + 1).

b)) Montrer que le point P appartient au cercle (L).

c)) Soit Q le point d'affixe $q = -\overline{p}$.

Montrer que les points A, P' et Q sont aligné ; où P' est l'image du point P par f.

d)) En utilisant les questions précédentes, proposer une construction de l'image P' du point P par l'application f.

Problème : « 10 points »

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire**

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x - \frac{e^x}{e^x+1}$

1. Calculer la limite de g en l'infini et puis g (0).
2. a)) Monter que pour tout réel x, $g'(x) = \frac{1}{4}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

b)) En déduire le sens de variation de g.

3. Déterminer alors suivant les valeurs de x, le signe de g (x).

Partie B : **Etude d'une fonction f**

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

1. Dresser le tableau de variation de f.
2. Montrer que le point A (0 ; 0,5) est centre de symétrie de (C_f).
3. a)) Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point A

b)) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (T).

4. Tracer (T) et (C_f) dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'unité graphique 4 cm.
5. Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = 1. (**On prend : ln 2 = 0,7; e^1= 2,7 ; ln (3,7) =1,3**)

Partie C : **Etude de l'équation f (x) = x.**

1. a)) Montrer que l'équation f (x) = x admet une solution notée α sur IR.
2. b)) Vérifier que : $0,5 \leq \alpha \leq 1$.
3. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle [0,5 ; 1], f (x) $\in$ à [0,5 ; 1].
4. a)) Montrer que pour tout réel x, $f''(x) = \frac{(1-e^x)e^x}{(1+e^x)^3}$.

b)) En déduire le sens de variation de f ' (x) sur l'intervalle [0,5 ; 1].

c)) Montrer alors que, pour tout réel x de l'intervalle [0,5 ; 1], on a :

$|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$. On admettra que : $\frac{e^{0,5}}{(1+e^{0,5})^2} \leq \frac{1}{4}$.

5. Soit (U_n) la suite d'élément de l'intervalle [0,5 ; 1] défini par :

$U_0 = 0,5$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a)) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|U_n - \alpha|$

b)) En déduire que, pour tout entier naturel n , $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}$

c)) Déterminer alors la limite de la suite (U_n).

d)) Trouver le plus petit entier n, tel que U_n soit une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours
Baccalauréat	Blanc IN°10 Session : 2016

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4
	Série : D

Exercice 1 : « 4 points »

On vous propose de jouer le jeu suivant : dans un sac où il y a 4 boules blanches, 3 boules noires et 2 boules rouges, indiscernables au touchées, vous devez en prendre une. Si vous tirez une boule blanche, vous devez donner 300 Fc ; si vous tirez une boule noire, vous devez donner 200 Fc ; si vous tirez une boule rouge, on vous donne 500 Fc. Soit X la variable aléatoire associe votre gain.

1. *Donner la loi de probabilité de X.*
2. *Calculer l'espérance mathématique de X. Avez – vous intérêt à jouer ?*
3. *Combien de boules rouges au minimum devrait – il y avoir dans le sac pour que le jeu vous soit favorable ?*

Exercice 2 : « 5 points »

Partie I :

On considère le polynôme $P(z) = z^3 + (-7 + 2i)z^2 + (17 - 4i)z - 11 + 2i$; *où z un nombre complexe.*

1. *Soit* $z_0 = a + i$, *où a un nombre réel.*
   Déterminer le réel a pour que le nombre complexe z_0 *soit racine de* $P(z)$.
2. *a)) Vérifier que :* $P(z) = (z - 2 - i)[z^2 + (-5 + 3i)z + 4 - 3i]$; *pour tout z.*
   b)) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

Partie II :

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, *on donne les points C, H et A d'affixe respectifs* $c = 1$, $h = 4 - 3i$ *et* $a = 2 + i$.

1. *Placer les points dans le repère*
2. *a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe* $\frac{a-c}{h-c}$
   b)) En déduire la nature du triangle (CHA)
3. *Soit (L) l'ensemble de points M d'affixe z tel que :* $|z - 3 + i| = \sqrt{5}$
   a)) Montrer que les points C, H et A appartiennent à (L)
   b)) Déterminer et construire (L) .
4. *Soit R la transformation qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que :* $z' = \frac{1}{2} iz + 1 - \frac{1}{2} i$
   a)) Caractériser la transformation R.
   b)) Calculer l'affixe du point A' image du point A par R.
   c)) Déterminer et construire l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par R.

Problème : « 11 points »

NB : *La partie* ***C]*** *est l'largement indépendante des partie* ***A]*** *et* ***B]***

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire**

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1} - \dfrac{1}{2}$

1. *Calculer les limites de g en l'infini et puis g (0).*
2. *Etudier le sens de variation de g.*
3. *Déterminer alors suivant les valeurs de x, le signe de g (x).*

Partie B : **Etude d'une fonction f**

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \ln(e^x + 1) - \dfrac{1}{2}x$

1. *a)) Montrer que f est une primitive de g sur IR.*
2. *b)) En déduire le sens de variation de f.*
3. *Calculer la limite de f en* $-\infty$.
4. *a)) Montrer que pour tout réel x on a :* $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \dfrac{1}{2}x$.

   b)) En déduire la limite de f en $+\infty$.
5. *Dresser le tableau de variation de f.*
6. *Montrer qu'en* $+\infty$ *, la droite (d) d'équation* $y = \dfrac{1}{2}x$ *est un asymptote de* (C_f).

   Etudier la position de la courbe (C_f) *par rapport à la droite (d).*
7. *a)) Démontrer que la fonction f est une fonction paire.*

   b)) Préciser un élément de symétrie de la courbe (C_f).

   c)) En déduire l'équation de l'asymptote (d') de (C_f) *en* $-\infty$.
8. *Tracer dans un même repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$, *(d), (d') et* (C_f).

Partie C : **Etude d'une suite**

1. *On considère les fonctions U, V et W définies sur l'intervalle [0 ; 1] par :*

$$U(x) = \sqrt{x^2+1}\ ,\quad V(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\quad \text{et } W(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

a)) Montrer que la fonction W est une primitive de la fonction V sur l'intervalle [0 ; 1].

b)) Déterminer la fonction dérivée U' de la fonction U.

2. *Soit* (K_n) *la suite définie pour tout entier naturel n, par :* $K_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

a)) Calculer K_0 *et* K_1.

b)) Montrer que pour tout entier n, on a : $K_n \geq 0$.

c)) Etudier le sens de variation de la suite (K_n).

d)) En déduire que la suite (K_n) *converge.*

e)) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{2}} \leq K_n \leq \dfrac{1}{n+1}$.

f)) Déterminer alors la limite de la suite (K_n).

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN°11	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4 — Série : D	

Exercice 1 : « 4 points »

On dispose de trois urnes U_1, U_2 et U_3, contenant respectivement :
U_1 : une boule rouge, une boule bleue et une boule verte ;
U_2 : une boule rouge et deux boules vertes ;
U_3 : deux boules bleues et une boule verte.
Saïd tire une boule de chaque urne. Tous les tirages sont équiprobables. Parmi les trois boules qui seront obtenue par Saïd :

- ✓ *S'il y a une seule boule verte, Saïd gagne un point,*
- ✓ *Si aucune boule n'est verte ou deux boules sont vertes, il perd deux points,*
- ✓ *Si les trois boules sont vertes, Saïd gagne k points (k : un entier naturel).*

Soit X la variable aléatoire égale au nombre des points obtenues par Saïd.

1. *Préciser les valeurs prises par X.*
2. *Etablir la loi de probabilité de X.*
3. *Calculer, en fonction de k, l'espérance mathématique de X.*
4. *Déterminer la valeur de k pour que X soit une variable aléatoire centrée.*

Exercice 2 : « 6 points »

Partie I :

1. *Déterminer le module et argument du nombre complexe : $4\sqrt{2}\,(1+i)$.*
2. *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation (E) : $z^3 = 4\sqrt{2}\,(1+i)$.*
3. *Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A_0, A_1 et A_3 les points d'affixe z_0, z_1 et z_2 où z_0, z_1 et z_2 les racines de l'équation (E) ; (L) le cercle de centre O et de rayon 2 cm.*
   a)) Montrer que les points A_0, A_1 et A_3 appartiennent à (L).
   b)) Tracer (L) et puis placer les points A_0, A_1 et A_3 .
   c)) Montrer que les points A_0, A_1 et A_3 , sont les trois sommets d'un triangle équilatérale.

Partie II :

On considère les applications H et T définies par, pour tout point M d'affixe $z = x + iy$, M' d'affixe $z' = x' + iy'$ (x, y, x' et y' des réels) et M'' d'affixe z'' :

$$H(M) = M' \quad \text{si et seulement si} \quad \begin{cases} x' = -\dfrac{1}{2}y + 1 \\ y' = \dfrac{1}{2}x \end{cases}$$

$$T(M) = M'' \quad \text{si et seulement si} \quad z'' = 2\bar{z} + 2i.$$

1. *a)) Prouver qu'on a : $z' = -\dfrac{1}{2}iz + 2i$*
   b)) Déterminer l'affixe du point A, antécédent du point O par H.
   c)) Démontrer que l'application H admet un seul point invariant noté J.

2. Soit B le point d'affixe $z_B = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. On pose H (B) = C et T (B) = D .

a)) Calculer z_C et z_D.

b)) Montrer que les points O, C et D sont alignés.

c)) Montrer que pour tout point d'affixe $z = x + iy$, où x et y des réels, dont son image par H est le point M' et par T le point M'', les point O, M' et M'' sont alignés si et seulement si le point M appartient à l'ensemble (L) d'équation cartésienne $x^2 + y^2 - 3y + 2 = 0$.

d)) Reconnaitre l'ensemble (L).

3. On pose : R = HoT.

a)) Prouver que l'écriture complexe de R est : $z' = iz + 2 + 2i$.

b)) Caractériser alors la transformation R.

c)) Déterminer l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par R.

Problème : « 10 points »

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty [$ par :

$f(x) = x(\ln x - 1)^2 + x$, si $x > 0$ et $f(0) = 0$

1. En posant $x = \frac{1}{t^2}$, démontrer que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} x(\ln x)^2 = 0$.
2. a)) Montrer que la fonction f est continue à droite de zéro.
   b)) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.
   c)) Préciser alors la demi – tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
3. a)) Montrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $f'(x) = (\ln x)^2$.
   b)) Dresser le tableau de variation de f.

4. Montrer que le réel « **e** » est l'unique solution de l'équation $f(x) = $ **e**.
5. Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_1 = 1$.
6. a)) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$. Interpréter géométriquement le résultat.
   b)) Tracer, dans un même repère orthonormé , (T) et (C_f).

7. Soit (U_n) la suite définie par : $U_n = \int_1^e x(\ln x)^n \, dx$, pour tout entier n.

   a)) Calculer U_0 et à l'aide d'une intégration par partie, calculer U_1.
   b)) A l'aide d'une intégration par partie, montrer que, pour tout n, on a:
   $$2U_{n+1} = e^2 - (n+1)U_n.$$
   c)) En déduire la valeur exacte de U_2 et U_3.

8. En remarquant que pour tout réel $x > 0$, f (x) peut s'écrire :
   $f(x) = 2x - 2x\ln x + x(\ln x)^2$, calculer la valeur exacte de la surface du domaine du plan limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN°12	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4 Série : D	

Exercice 1 : « 4 points »

Le matin, l'oncle d'Ali a enfermé dans une maison quatre cabris et cinq moutons. Dès 13 heurs, il a laissé la porte ouverte et les animaux sortent tous les uns après les autres. On suppose que tous les ordres de sortis possibles sont équiprobables.
Soient les événements :

A : « le premier animale sorti est un cabri » ;
B : « les deux premier animaux sortis sont dans l'ordre Cabris puis Mouton »

Les résultats seront donnés sous forme d'une fraction irréductible.

1. *Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.*
2. *Soit X la variable aléatoire qui indique le nombre de cabri sorti avant le premier mouton.*
   a)) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X.
   b)) Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   c)) Calculer l'espérance mathématiques de la variable aléatoire X.

Exercice 2 : « 4 points »

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}\ ; \vec{v})$.
On désigne par A, B et I les points d'affixes respectives : $z_A = 3+2i$, $z_B = -3$ et $z_I = 1-2i$.

1. *a)) Placer ces points dans le repère*
   b)) Écrire sous forme algébrique le nombre complexe : $Z = \dfrac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$
   c)) Que peut-on en déduire sur la nature du triangle BIA ?
2. *Calculer l'affixe du point C image du point I par l'homothétie H, de centre A et de rapport 2.*
3. *Soit D le point barycentre du système {(A, 1) ; (B, −1) ; (C, 1)}*
   a)) Calculer l'affixe z_D du point D.
   ***b))** Montrer que ABCD est un carré.*
4. *Déterminer et construire l'ensemble (Γ_1) des points M du plan tels que :*
$$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$$
5. *Soit l'ensemble (Γ_2) des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 4\sqrt{5}$*
   ***a))** Montrer que B appartient à (Γ_2).*
   ***b))** Déterminer et construire l'ensemble (Γ_2).*
   c)) Déterminer l'ensemble (L) image de l'ensemble (Γ_2) par l'homothétie H.

Exercices 3 : « 4 points »

On considère la fonction U deux fois dérivable sur IR vérifiant :

$U(0) = 3$, $U'(0) = -5$ et pour tout réel x on a : $U''(x) + 4U'(x) + 3U(x) = 0$.

On pose : $V(x) = U(x)\,e^{x}$.

1. *Calculer $V(0)$ et $V'(0)$.*
2. *a)) Montrer que, pour tout réel x, on a : $V''(x) = -2V'(x)$*
   b)) En déduire que, pour tout réel x : $V'(x) + 2V(x) = 4$.
3. *Exprimer alors $V(x)$ en fonction de x.*
4. *Justifier que la fonction U est définie sur IR par : $U(x) = 2e^{-x} + e^{-3x}$.*

Exercice 4 : « 8 points »

Partie A : **Etude d'une fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{(\ln x)^2}{x}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, d'unité graphique 2 cm.

1. *a)) Calculer la limite de f en zéro*

b)) Vérifier que, pour $x > 0$, on a : $f(x) = \left(\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)^2$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

a)) Montrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $f'(x) = \dfrac{(2-\ln x).\ln x}{x^2}$

b)) En déduire le sens de variation de f. c)) Dresser le tableau de variation de f.

2. *Justifier l'affirmation suivante : « les axes du repère sont des asymptotes de (C_f) »*
3. *Tracer (C_f)*
4. *Montrer que la surface S du domaine du plan limité par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation respective $x = 1$ et $x = e$, a pour valeur exacte $\dfrac{4}{3}$ cm².*

Parie B : **Etude d'une suite**

Soit (U_n) la suite définie par : $U_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$

1. *Calculer U_1 et U_2.*
2. *Montrer que, pour tout entier naturel $n > 0$ et $k > 0$, on a :*

$$\int_{n+k}^{n+k+1} \frac{1}{t}dt \le \frac{1}{n+k} \le \int_{n+k-1}^{n+k} \frac{1}{t}dt$$

3. *En déduire que : $\displaystyle\int_{n+1}^{2n+1} \frac{1}{t}dt \le U_n \le \int_{n}^{2n} \frac{1}{t}dt$*
4. *Justifier alors que, pour tout entier naturel $n > 0$, on a :*

$$\ln\left(\frac{2n+1}{n+1}\right) \le U_n \le \ln 2$$

5. *Trouver la limite de la suite (U_n)*

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours
Baccalauréat Blanc IN°13	**Session : 2016**
Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4 — **Série** : D

Exercice 1 : « 5 points »

Un employé se rend à son travail en bus. S'il est à l'heur, il prend le bus de ramassage gratuit mis à la disposition par l'entreprise ; s'il est en retard il prend le bus de la ville, il lui en coûte 250 Fc. Si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard au lendemain est $\frac{1}{5}$. S'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard au lendemain est $\frac{1}{20}$. Pour tout entier naturel n non nul, on note par R_n l'événement : « L'employé est en retard le jour n » et p_n sa probabilité et q_n celle de $\overline{R_n}$. On suppose $p_1 = 0$.

1. Justifier que l'employé a pris le bus de ramassage son premier jour.
2. Déterminer les probabilités conditionnelles $P(R_{n+1} / R_n)$ et $P(R_{n+1} / \overline{R_n})$
3. Déterminer $P(R_{n+1} \cap R_n)$ en fonction de p_n et $P(R_{n+1} \cap \overline{R_n})$ en fonction de q_n
4. a)) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n et q_n .

   b)) En déduire que : $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20}\, p_n$.
5. Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $V_n = p_n - \frac{4}{23}$

   a)) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$.

   b)) Exprimer V_n puis p_n en fonction de n.

   c)) Calculer la limite de la suite (p_n).

Exercice 2 : « 5 points »

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}\ ;\ \vec{v})$, On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1+i\sqrt{3}$, $z_B = -1-i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$.

1. Justifier que les points A et B appartiennent à un même (L) cercle de centre O et dont on précisera le rayon

2. Placer ces points dans le repère (on complétera la figure tout au long de l'exercice).

2. a)) Vérifier que : $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}$.

b)) En déduire la nature du triangle ABC.

3. a)) Établir que l'ensemble (L') des points M d'affixe z qui vérifient $2(z+\bar{z}) + z\bar{z} = 0$ est un cercle de centre J d'affixe -2 dont on préciser son rayon.

b)) Vérifier que les points A et B sont éléments de l'ensemble (L').

4. On appelle R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$

a)) Quelles sont les images des points A et B par la rotation R ?

b)) Calculer l'affixe du point C', image du point C par la rotation R.

c)) Déterminer l'image du cercle (L') par la rotation R.

5. *Soit R' une rotation. Pour tout point M d'affixe z, on désigne par M' le point d'affixe z' l'image du point M par la rotation R' . On posera : z' = az +b, avec a et b des nombres complexes vérifiant* $|a| = 1$ *et a différent de 1.*
On suppose de plus que la rotation R' transforme le cercle (L') au cercle (L)

a)) *Quelle est l'image du point J par R'?*
b)) En déduire une relation entre a et b.
c)) *Déterminer en fonction de a l'affixe du point C'', image du point C par R'*
d)) En déduire que le point C'' appartient un cercle fixe que l'on définira.
Vérifier que ce cercle passe par le point C'.

Problème : « 10points »

Partie A : **Etude d'une fonction**

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$

On désigne par (C_f) *la courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. a)) *Calculer la limite de f en* $+\infty$. *Interpréter géométriquement le résultat.*
   b)) *Déterminer* $f'(x)$ *et puis dresser le tableau de variation de f.*
2. *montrer que f admet une bijection réciproque notée* f^1 *d'un intervalle J que l'on déterminera.*
3. *Etablir l'expression de* $f^{-1}(x)$, *pour tout réel x de J.*
4. *Montrer que la droite (d) d'équation* $y = -x$ *est un asymptote de* (C_f)
5. *Tracer (d) et* (C_f).

Parie B : **Etude des inégalités**

Soient g et h deux fonctions définies sur l'intervalles $[0 ; +\infty[$ *par :*
$g(t) = \ln(1+t) - t$ *et* $H(t) = \ln(1+t) + t$

1. a)) *Etudier le sens de variation de g et H puis calculer g (0) et H (0).*
   b)) *En déduire le signe de g (t) et H (t), pour tout réel t de l'intervalle* $[0 ; +\infty[$.
2. *Montrer alors que, pour tout réel t de* $[0 ; +\infty[$, *on a :* $-t \le \ln(1+t) \le t$.
3. *Etablir que, pour tout réel x, on a :* $-e^{-x} \le f(x) \le e^{-x}$.
4. *Soit S la surface du domaine du plan limité par* (C_f), *l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1. Vérifier que :* $0 < S \le 0{,}7$.
5. *On considère la suite* (U_n) *définie par :* $U_n = \sum_{k=1}^{n} f(k)$

   a)) *Prouver que, pour tout entier naturel k, on a :* $-e^{-k} \le f(k) \le e^{-k}$

   b)) *En déduire que :* $\frac{e^{-n}-1}{e-1} \le U_n \le \frac{1-e^{-n}}{e-1}$.

   c)) *On pose :* $m = \lim_{n\to+\infty} U_n$. *Justifier que :* $\frac{-1}{e-1} \le m \le \frac{1}{e-1}$

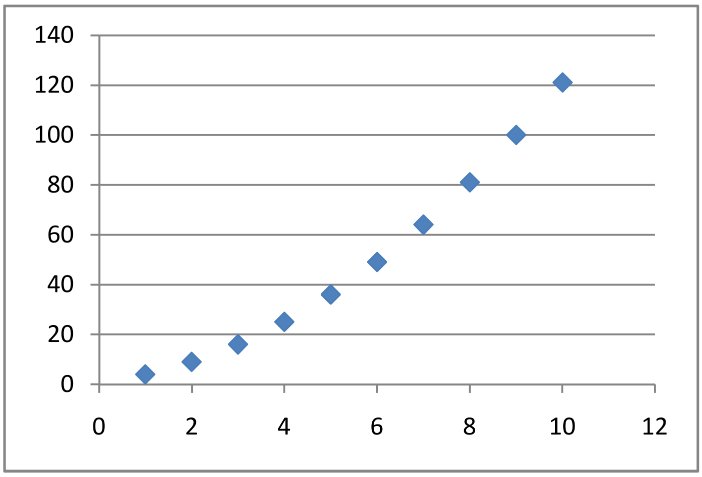
Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN°14	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques		Durée : 4 heurs. Coef : 4 — Série : D

Exercice 1 : « 5 points »

Partie I : La Route du cartier MFILI est très humide. Une étude statistique est faite sur la distance de freinage nécessaire à une automobile circulant dans ce cartier pour s'arrêter. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Vitesse x_i en km/h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Distance d_I en mètre	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121

Les nuages des points de cette série statistique double (x_i , d_i) sont représentés dans la figure ci – dessous :



Est-ce que cette représentation de ces nuages a une forme qui se rapproche d'une droite ?

Partie II : On suppose que cette représentation des nuages suggère une relation de la forme $d = a x^2 + b x + c$, où a, b et c sont des nombres réels.
On pose $yi = \sqrt{d_i}$ et on considère la série statistique double (x_i , y_i).

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	2									

2. Représenter les nuages des points de la série double (x_i , y_i) dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$).
3. Calculer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i , y_i) . Placer le point G.
4. Soit (L) la droite d'ajustement affine de la série double (x_i , y_i) .
   a)) En utilisant la méthode de MAYER, montrer que $y = x + 1$, est l'équation réduite de la droite (L).
   b)) Vérifier que le point G appartient à la droite (L). Tracer (L).
5. En déduire l'expression de la distance de freinage d, en fonction de la vitesse x ($d = a x^2 + b x + c$).
6. En utilisant cette expression, déterminer :
   a)) La distance de freinage correspondant à la vitesse de 11 km/h.
   b)) La vitesse qui correspond à une distance de freinage de 169 mètres.

Exercice 2 : « 5 points »

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}\ ;\ \vec{v})$, on considère les points A_0, A_1, A_2 d'affixes respectives $z_0 = 5-4i$, $z_1 = -1-4i$, $z_2 = -4-i$.

1. a)) *Justifier l'existence d'une unique similitude directe S telle que :*

$$S(A_0) = A_1 \text{ et } S(A_1) = A_2.$$

b)) *Établir que l'écriture complexe de S est* $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

c)) *En déduire le rapport, l'angle et l'affixe ω du centre Ω de la similitude S.*

d)) *On considère un point M, d'affixe z non nul, et son image M', d'affixe z'.*
Vérifier la relation : $\omega - z' = i(z - z')$; en déduire la nature du triangle $\Omega MM'$.

2. *$\forall$ n, le point A_{n+1}, est défini par $A_{n+1} = S(A_n)$ et on pose $U_n = A_nA_{n+1}$.*

a)) *Placer les points A_0, A_1, A_2 et construire géométriquement les points A_3, A_4, A_5, A_6.*

b)) *Démontrer que la suite (U_n) est suite géométrique.*

3. *La suite (V_n) est définie sur IN par $V_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.*

a)) *Exprimer V_n en fonction de n.*

b)) *La suite (V_n) est-elle convergente ?*

4. a)) *Calculer en fonction de n le rayon R_n du cercle circonscrit au triangle ΩA_nA_{n+1}.*

b)) *Déterminer le plus petit entier naturel p tel que, pour tout entier naturel n :*
si $n > p$ alors $R_n < 10^{-2}$.

Problème : « 10points »

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[\,0\ ;+\infty\,[$ par :

$$f(x) = (x+1)\,e^{-\frac{1}{x}} \text{ si } x > 0 \text{ et } f(0) = 0.$$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1. *Démontrer que f est continue au point $x_0 = 0$.*
2. *a)) Montrer qu'en posant, $t = \frac{1}{x}$, alors pour tout réel $x > 0$, $\frac{f(x)}{x} = e^{-t} + te^{-t}$*

   b)) En déduire que f est dérivable au point $x_0 = 0$.
3. *Préciser la demi – tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.*
4. *Calculer la limite de f en $+\infty$.*
5. *a)) Déterminer $f'(x)$, pour tout réel $x > 0$.*

   b)) En déduire le sens de variation de f.

   c)) Dresser le tableau de variation de f.
6. *Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[\,0\ ;+\infty\,[$ par :*
   $g(t) = 1 - (1+t)\,e^{-t}$
7. *a)) Déterminer $g'(t)$, pour tout $t \geq 0$.*

   b)) Prouver que, pour tout réel $t \geq 0$, on a : $0 \leq g'(t) \leq t$.

   c)) En déduire que, pour tout $u > 0$, on a : $0 \leq g(u) \leq \frac{1}{2}u^2$. **(§)**
8. *a)) En utilisant la relation* **(§)**, *montrer que pour tout réel $x > 0$, on a :*

   $$0 \leq x - f(x) \leq \frac{1}{2x}.$$

   b)) En déduire : $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(f(x) - x\right)$. Interpréter géométriquement le résultat.

   c)) Préciser la position de (C_f) par rapport à la droite (d) d'équation $y = x$.
9. *Tracer (d) et (C_f). On donne $f(1) = 0{,}7$.*

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours

Baccalauréat **Blanc IN°15** **Session : 2016**

# Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4 **Série** : D

Exercice 1 : « 5 points »

Partie A :

Une société comprend 65 % de cadre et parmi ceux – ci, 70 % parlent l'anglais. Chez les autres employés, seuls 40% parlent l'anglais. On interroge un employé au hasard. Soient les événements : C : « la personne interrogée est un cadre » ;

A : « la personne interrogée parle l'anglais ».

1. *Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.*
2. *Calculer P (C) et* $P_C(A)$.
3. *En déduire la probabilité que l'employé interrogé soit un cadre parlant l'anglais.*
4. *Quelle est la probabilité qu'on interroge un employé parlant l'anglais.*

Partie B :

On observe sur une longue période le nombre d'accidents des voitures à un carrefour. Pour n voitures franchissant le carrefour, on admet que X la variable aléatoire qui totalise le nombre d'accidents des voitures à ce carrefour suit une loi binomiale de paramètre p et n. On estime que l'espérance mathématique de X, E (X) = 10.

1. *Calculer p en fonction de n, puis donner l'expression de P (X = k), où k le nombre d'accident (0≤ k ≤n).*
2. *Etablir que :* $\ln [P (X =0)] = -10\times\dfrac{\ln\left(1-\dfrac{10}{n}\right)}{-\dfrac{10}{n}}$
3. *En déduire :* $\lim\limits_{n\to+\infty} P(X=0)$.

Exercice 2 : « 5 points »

1. *Soit z un nombre complexe vérifiant la relation :* $\bar{z} = jz^2 (I)$ *avec* $j = -\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

a)) Calculer le module de z
b)) Déterminer les nombres complexes vérifiant la relation (I)
c)) On pose : m= 1 + j. Vérifier que : 1 + j + j² = 0. En déduire la forme algébrique de m.

2. $P (z) = z^3 – (3+ \dfrac{9}{2} i)z^2 + (- \dfrac{5}{2} + 12 i)z + 9 – 6 i$ *; où z un nombre complexe .*

a)) Montrer que P (z) admet une racine imaginaire pur que l'on déterminera.
b)) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexe l'équation P(z) = 0.

3. *Dans le plan complexe de repère orthonormé* $(O ,\vec{u};\vec{v})$ *directe ,*

placer les points : A (a = 2) , B (b = 3 i) et C (c = 1 + $\dfrac{3}{2}$ *i).*

a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe : $\dfrac{b}{a}$.

En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f qui transforme A en B et qui laisse le point O invariant.
b)) Etablir l'expression complexe de f
c)) Montrer que le point C est le centre du cercle (L) circonscrit au triangle (BAO).
d)) Soit le point D d'affixe d, image du point C par f. Calculer d.

e)) Déterminer et représenter l'ensemble (L') = f (L).

f)) Soit g l'homothétie de centre I d'affixe p = - 3 – i et de rapport k = 2.

- *Etablir l'expression complexe de g et celle de gof.*
- *Caractériser la transformation gof.*

Problème : « 10 points »

Partie A : **Equation différentielle**

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y'' + 2y' + y = 2x + 2$$

1. *Déterminer les réels a et b pour que $g(x) = ax + b$ soit solution de (E)*
2. *Montrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction (f – g) est solution de l'équation (E') : $y'' + 2y' + y = 0$*
3. *Résoudre l'équation (E')*
4. *a)) En déduire les solutions f de l'équation (E)*
   b)) Déterminer la solution f de (E) vérifiant : $f(0) = -1$ et $f'(0) = 0$.

Partie B : **Etude d'une fonction auxiliaire**

On considère la fonction H définie sur IR par :

$$H(x) = (x - 2)e^{-x} + 2$$

1. *Calculer la limite de H en $-\infty$ et puis H (0)*
2. *Vérifier que $H(x) = x e^{-x} - 2e^{-x} + 2$. En déduire la limite de H en $+\infty$.*
3. *a)) Déterminer H'(x). En déduire le sens de variation de H*
   b)) Dresser le tableau de variation de H
4. *Déterminer alors, suivant les valeurs de x, le signe de H (x).*

Partie C : **Etude de fonction**

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$f(x) = 2x - 2 - (x - 1)e^{-x}$$

1. *Montrer que $f'(x) = H(x)$. En déduire le sens de variation de f.*
2. *a)) Déterminer la limite de f en $+\infty$*
   b)) Montrer que $f(x) = (x - 1)(2 - e^{-x})$. En déduire la limite de f en $-\infty$
3. *Dresser le tableau de variation de f*
4. *a)) Montrer que la droite (d) d'équation $y = 2x - 2$ est un asymptote de (C_f) en $+\infty$*
   b)) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (d)
5. *Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$*
6. *a)) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$. Interpréter le résultat*
   b)) Dans un même repère orthonormé ($O, \vec{i}, \vec{j}$), tracer (d) et (C_f)
7. *A l'aide d'une intégration par partie, calculer l'aire, exprimer en cm², du domaine plan limité par (C_f), la droite (d) et les droites d'équations x = 0 et x = 1*

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours

Baccalauréat **Blanc IN°16** **Session : 2016**

Epreuve de : Mathématiques

***Durée** : 4 heurs.* ***Coef** : 4*

***Série** : D*

Exercice 1 : « 4 points »

Une urne contient une boule rouge et n boules blanches indiscernables au touchés.
On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne. Soit les événements :

A : « les deux boules tirées sont de même couleur »

B : « les deux boules tirées sont de couleur différente »

1. *Calculer en fonction de n, la probabilité des événements A et B.*
2. *On considère le jeu suivant :*

Le joueur perd $(n + 1)^2$ euros si l'événement A est réalisé, sinon, il gagne $2 (n + 1)^2$ euros. Soit X la variable aléatoire égale au gain (positif ou négatif) du joueur.

a)) Déterminer la loi de probabilité de X.

b)) Démontrer que l'espérance mathématiques de X est : $E (X) = - n^2 + 4n +1$.

c)) Combien des boules blanches peuvent être dans l'urne pour que le jeu soit favorable au joueur ?

3. *On considère la fonction U définie sur IR par : $U (x) = - x^2 + 4x +1$.*

a)) Dresser le tableau de variation de U.

b)) si on laisse choisir au joueur le nombre de boules blanches, que doit – il alors répondre ?

Exercice 2 : « 5 points »

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u} ; \vec{v})$.
Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 1+i$ et $z_B = 2i$. Pour tout complexe z différent de 1 + i, on associe le complexe z' tel que : $z' = \dfrac{z-2i}{z-1-i}$
Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

1. *Montrer que le point B appartient à l'ensemble (E).*
2. *a)) On pose : $z = x + i y$. Démontrer que : $R_e (z') = \dfrac{x^2+y^2-x-3y+2}{(x-1)^2+(y-1)^2}$*

   b)) Déterminer et construire l'ensemble (E).
3. *Soit R la rotation de centre $J\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right)$ et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$*
4. *a)) Etablir l'expression complexe de R.*

   b)) Calculer l'affixe du point B' , image de B par R et l'affixe du point I ' , image par R du point $I\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$
5. *Déterminer et construire l'ensemble (E') images de l'ensemble (E) par la rotation R .*

Problème : « 11points »

Toutes les parties du problème sont largement indépendants.

Partie A : ***Equation différentielle***

On considère, dans l'intervalle $] 0 , + +\infty [$, l'équation différentielle

$(E) : \quad x^2 y' - (1 + x) y = 0$.

1. *Résoudre l'équation différentielle (E)*
2. *Déterminer la solution f de (E) vérifiant : f (1) =* e^{-1} .

Partie B : **Etude de fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0, +∞ [par :

$$f(x) = x\, e^{-\frac{1}{x}} \quad si\ x > 0 \quad et\ f(0) = 0$$

1. *Montrer que f st continue au point* $x_0 = O$
2. *Etudier la dérivabilité de f en 0 ;*
3. *En déduire l'équation de la demi – tangent (T) à (* C_f*) au point d'abscisse* $x_0 = 0$
4. *Calculer la limite de f quand x tend vers +∞*
5. *Dresser le tableau de variation de f.*
6. *Calculer :* $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$
7. *Soit g la fonction définie sur] 0 , +∞ [par : g (x) = f (x) – x*

   a)) Montrer qu'en posant : $t = -\frac{1}{x}$, $g(x) = h(t) = -\left(\frac{e^t - 1}{t}\right)$

   b)) Déterminer alors la limite de g quand x tend vers +∞

   c)) En déduire que la droite (d) d'équation y = x – 1 est asymptote de (C_f*) en +∞ .*

8. *Tracer (d) et (* C_f*) dans un même repère orthonormé.*

Partie C : **Suite**

On considère la suite (U_n *) définie par :* $U_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots\ldots + \frac{(-1)^n}{2n+1}$

et la fonction : $\theta_n(x) = 1 - x^2 + x^4 + \ldots\ldots + (-1)^n x^{2n} - \frac{1}{1+x^2}$.

On admet le résultat suivant : $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{4}$

1. *Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a :*

$$\theta_n(x) = \frac{(-1)^n x^{2n+2}}{1+x^2}$$

2. *a)) Montrer que :* $\int_0^1 \theta_n(x)dx = U_n - \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$

   b)) En déduire que pour tout entier naturel, on a : $U_n - \frac{\pi}{4} = (-1)^n \int_0^1 \frac{x^{2n+2}}{1+x^2}dx$

3. *Montrer que pour tout x de l'intervalle [0 , 1] :* $\frac{x^{2n+2}}{1+x^2} \leq x^{2n+2}$
4. *Etablir que pour tout entier naturel n, on a :* $\left|U_n - \frac{\pi}{4}\right| \leq \frac{1}{2n+3}$
5. *Déterminer alors la limite de la suite (* U_n *)*

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	**Blanc IN°17**	**Session : 2016**
Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4 **Série** : D	

Exercice 1 : « 5 points »

Les goutés des enfants

Un carton contient 10 goutés des enfants (3 alpelas, 2 Crunchs, un Sabrito et 4 Flips). Un enfant doit tirer au hasard un gouté dans le carton. Soient les événements :

A : « l'enfant a tiré un Alpéla » ; C : « l'enfant a tiré un Crunch » ;

S : « l'enfant a tiré un Sabrito » ; F : « l'enfant a tiré un Flips »

1. *Calculer la probabilité des événements A, C, S et F.*
2. *En fonction de la qualité du gouté tiré par l'enfant, son père versera une somme d'argent dans un autre carton selon la convention suivante :*
   Si le gouté tiré par l'enfant est :
   - *un Alpélas, son père versera une somme de 100 Fc,*
   - *un Crunch, il versera une somme de 200 Fc,*
   - *le Sabrito ou bien un Flips, son père versa une somme de 300 Fc.*

Soit X la variable aléatoire qui associe la somme qui sera versée par le père de l'enfant.

a)) Préciser les valeurs prises par X.

b)) Etablir la loi de probabilité de X

c)) Calculer l'espérance mathématiques de la variable aléatoire X.

3. *Maintenant, le père versera toujours 100 Fc si son enfant à tirer un Alpéla, 200 Fc s'il a tiré un Cruch, mais 300 Fc si l'enfant à tirer le Sabrito et* ***q*** *Fc si l'enfant à tirer un Flips ; où* ***q*** *désigne un nombre réel positif.*

Déterminer le prix d'un Flips pour que le versement moyen espéré soit de 150 Fc.

Exercice 2 : « 5 points »

Partie I : **Les racines d'un polynôme à variable complexe**

P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (4 + 6i)z^2 + (-5 + 18i)z + 18 - 12i$; *où* $z \in \mathbb{C}$.

1. *Montrer que P (z) admet une racine réelle* z_0 *que l'on déterminera.*
2. *Vérifier que le nombre complexe* $z_1 = 3i$, *est une racine du polynôme P (z).*
3. *Etablir une factorisation du polynôme P (z) .*
4. *a)) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation P (z) = 0.*

b)) Vérifier que : $z_0 + z_1 + z_2 = 4 + 6i$; *où* z_2 *la troisième racine du polynôme P (z).*

Partie II : **Complexe et géométrie**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. *On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives :* $z_A = 2$, $z_B = 3i$ *et* $z_C = 2 + 3i$.

1. *Placer ces points dans le repère (on complétera cette figure au fur et à mesure)*
2. *a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe :* $\dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

   b)) En déduire la nature du triangle (BAC).
3. *Montrer que le quadrilatère (CAOB) est un rectangle et calculer sa surface S*
4. *Soit H la transformation qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que :* $z' = (1 + i)z + 4 - 3i$.

   a)) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de H.

b)) On désigne par O', A', B' et C' les images respectifs des points O, A, B et C par H.

Calculer : $z_{O'}$, $z_{A'}$, $z_{B'}$ *et* $z_{C'}$.

c)) Quelle est la nature du quadrilatère (C'A'O'B') ?

*d)) Calculer la surface notée **S'** du quadrilatère (C'A'O'B')*

*e)) Vérifier que : **S' = k² S** ; où k désigne le rapport de la similitude plane directe H.*

Problème : « 10 points »

Partie A : ***Résolution d'une équation différentielle***

On considère les équations différentielles : (E) $y'' - 2y' + y = 1$; (E') $y'' - 2y' + y = 0$.

1. *Déterminer une fonction constante U solution de l'équation différentielle (E).*
2. *Résoudre l'équation différentielle (E')*
3. *Montrer que g est solution de (E) si et seulement si (g – U) est solution de (E'*
4. *En déduire les solutions g de l'équation différentielle (E).*
5. *Déterminer la solution g de l'équation (E) vérifiant : g (0) =1 et g ' (0) = - 1.*

Partie B : ***Etude d'une fonction auxiliaire***

Soit g définie sur IR par : $g(x) = 1 - xe^{x}$

1. *Dresser le tableau de variation de la fonction g.*
2. *Montrer que l'équation g (x) = 0 admet une et une seule solution sur IR notée α et que $0,5 \leq \alpha \leq 1$.*
3. *Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe de g (x).*

Partie C : ***Etude d'une fonction f***

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x+1}{e^{x}+1}$ *; on note par (C_f) sa courbe représentative.*

1. *Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.*
2. *a)) Calculer la limite de f en +∞. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.*
   b)) Calculer la limite de f lorsque x tend vers - ∞.
3. *a)) Montrer que, pour tout réel x, on a :* $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^{x}+1)^2}$
   b)) En déduire le sens de variation de f. Dresser le tableau de variation de f.
4. *Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.*
5. *a)) Montrer que la droite (d) d'équation y = x + 1 est asymptote de (C_f) en - ∞ .*
   b)) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (d).
6. *a)) Montrer que f (α) = α.*
   b)) Tracer (d) , (T) et (C_f), dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, .

Partie D : ***Etude d'une suite***

On considère la suite (U_n) définie par : $U_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-nx}}{x+1}\,dx$

1. *Calculer U_0.*
2. *Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $U_n \geq 0$.*
3. *Etudier le sens de variation de la suite (U_n).*
4. *En déduire que la suite (U_n) converge.*
5. *a)) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 1], on a :* $\dfrac{1}{2} \leq \dfrac{1}{x+1} \leq 1.$
   b)) En déduire que, pour tout entier nature l n non nul, on a :
   $$\frac{1}{2n} - \frac{1}{2ne^{n}} \leq U_n \leq \frac{1}{n} - \frac{1}{ne^{n}}$$
   c)) Déterminer alors la limite de la suite (U_n).

[NB : les parties A et D sont largement indépendantes des parties B et C.]

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN°18	Session : 2016
Epreuve de :Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4	
	Série : D	

Exercice 1 : « 5 points »

Un sac contient dix boules indiscernables au touchés (sept boules portent le numéro 1 et trois boules portent le numéro 2). On tire successivement et sans remise deux boules du sac. Soient les événements :
A : « le joueur tire deux boules portant le numéro 1 »
B : « le joueur tire deux boules portant le numéro 2 »
C : « le joueur tire deux boules portant des numéros différents »

1. *Calculer la probabilité de chacun des événements A, B et C.*
2. *Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe la somme des deux numéros obtenues.*
   a)) Donner les valeurs prises par X.
   b)) Etablir la loi de probabilité de X.
   c)) Calculer l'espérance mathématiques de X.

Exercice 2: « 5 points »

Dans le plan complexe de repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$; soient B, C et A d'affixes respectives $b = 3 - 3i$, $c = 3+3i$ et $a = 3(1 - \sqrt{3})$ et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. *Placer les points B et C. (on complétera la figure au fur et à mesure)*
2. *Montrer que : R (B) = C.*
3. *a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe : $\frac{c-a}{b-a}$*
   b)) En déduire la nature du triangle BAC. Construire alors le point A.

4. Soit z un nombre complexe différent de 2 + i et Z le complexe défini par :

$Z = \frac{z-2i}{z-1-i}$. *On appelle E et F les points d'affixes respectives 1 + i et 2 i.*

a)) Donner une interprétation géométrique du module et un argument de Z.
b)) En déduire l'ensemble des points M d'affixe z tel que :
- *le module du nombre complexe Z soit égale à 1 ; noté (d).*
- *Le nombre complexe Z soit nombre complexe un imaginaire pur ; noté (H).*

5. a)) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude plane directe S transformant E en B et F en C .
b)) Vérifier que l'expression complexe de S est donnée par : $z' = (3 - 3i)z - 3 - 3i$.
Déterminer alors le centre de S.

6. *Etablir l'expression complexe de la transformation RoS et puis caractérisé RoS.*

7. Détermine et construire l'ensemble (H') l'image de (H) par S.

Problème : « 10 points »

Partie A : **Etude des fonctions auxiliaires**

On considère les fonctions H, U et g définies sur IR par :

$$H(x) = 1 + xe^{x} \ ; \quad g(x) = x + 2 - e^{x} \ ; \ U(x) = (1 - x)e^{x} - 1 .$$

1. *Dresser le tableau de variation de H , U et g.*
2. *Déterminer suivant les valeurs de x, le signe de H (x) et U(x).*
3. *a)) Démontrer que l'équation g (x) = 0 admet sur IR, deux solutions α et β $(\alpha > \beta)$.*

   b)) Prouver que : $1{,}1 < \alpha < 1{,}2$;
4. *En déduire le signe de g (x), pour tout réel x.*

Partie B : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction par : $f(x) = \dfrac{e^{x}-1}{1+xe^{x}}$; on note par ($\sum$) sa courbe représentative.

1. *Justifier que la fonction f est définie sur l'ensemble IR.*
2. *Calculer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter géométriquement les résultats.*
3. *a)) Montrer que, pour tout réel x, on a : $f'(x) = \dfrac{e^{x}g(x)}{(1+xe^{x})^{2}}$.*

   b)) En déduire le sens de variation de f et puis dresser le tableau de variation de f.
4. *Etablir l'équation de la tangente (T) à ($\sum$) au point d'abscisse $x_0 = 0$.*
5. *a)) Montrer que, pour tout réel x, on a : $f(x) - x = \dfrac{(x+1)U(x)}{H(x)}$.*

   b)) En déduire la position de par rapport à la droite (T) .
6. *a)) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha+1}$ et puis donner une valeur approchée de $f(\alpha)$.*

   b)) Tracer, (T) et ($\sum$).

   On admettra que : $-1{,}8 < \beta < -1{,}7$ et $-1{,}2 < f(\beta) < -1{,}1$.

Partie C : **Etude des suites**

On considère les suites U_n et V_n définies par :

$$U_n = \int_0^n H(x)dx \ ; \qquad V_n = \sum_{k=0}^{k=n} H(k) = H(0) + H(1) + H(2) + \ldots\ldots\ldots + H(n).$$

1. *a)) Exprimer U_n en fonction de n.*

   b)) Calculer la limite de la suite (U_n). Conclure.
2. *a)) Montrer que pour naturel k, on a : $H(k) \le \displaystyle\int_k^{k+1} H(x)dx \le H(k+1)$*
3. *b)) En déduire que, pour naturel n, on a : $V_n - H(n) \le U_n \le V_n - H(0)$.*

   c)) Etablir que, pour entier naturel n, on a : $V_n \ge U_n + 1$.

   d)) Déterminer alors la limite de la suite (V_n).

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours
Baccalauréat **Blanc IN°19**	**Session : 2016**
Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4 — **Série** : D

Exercice 1 : « 5 points »

Un enfant joue avec 20 billes (13 rouges et 7 vertes) dont 10 billes rouges et 3 billes vertes sont mises dans une boite cubiques et puis 3 billes rouges et 4 billes vertes dans une boite cylindrique. Le jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boites, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boite choisie.

Soient les événements :

C_1 : « l'enfant choisit la boite cubique » ; C_2 : « l'enfant choisit la boite cylindrique »

R : « l'enfant prend une bille rouge » ; V : « l'enfant prend une bille verte »

1. a)) Représenter par un arbre pondéré la situation correspondant à ce second jeu.
   b)) Calculer la probabilité de l'événement R.
   c)) Sachant que l'enfant à choisit une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boite cubique ?
2. L'enfant reproduit n fois de suite se jeu, en remettant à chaque fois la bille tirée à sa place.
   a)) Exprimer, en fonction de n, la probabilité P_n que l'enfant ait pris au moins une bille rouge au cours de ses n choix.
   b)) Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $P_n \geq 0,99$.

Exercice 2: « 5 points »

Dans le plan complexe de repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$; soient B, C et A d'affixes respectives $b = 3 - 3i$, $c = 3+3i$ et $a = 3\,(1 - \sqrt{3}\,)$ et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

4. Placer les points B et C. (on complétera la figure au fur et à mesure)
5. Montrer que : $R(B) = C$.
6. a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe : $\dfrac{c-a}{b-a}$
   b)) En déduire la nature du triangle BAC. Construire alors le point A.

4. Soit z un nombre complexe différent de $1 + i$ et Z le complexe défini par :

$Z = \dfrac{z-2i}{z-1-i}$. On appelle E et F les points d'affixes respectives $1 + i$ et $2i$.

a)) Donner une interprétation géométrique du module et un argument de Z.

b)) En déduire l'ensemble des points M d'affixe z tel que :

- le module du nombre complexe Z soit égale à 1 ; noté (d).
- Le nombre complexe Z soit nombre complexe un imaginaire pur ; noté (H).

5. a)) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude plane directe S transformant E en B et F en C .
   b)) Vérifier que l'expression complexe de S est donnée par : $z' = (3 - 3i)z - 3 - 3i$.
   Déterminer alors le centre de S.
7. Détermine et construire l'ensemble (H') l'image de (H) par S.

Problème : « 10 points »

Partie A : **Etude d'une fonction**

Pour tout entier naturel n non nul, f_n, les fonctions f_n définies sur l'intervalle [0 ; + ∞[par :

$$\begin{cases} f_n(x) = xe^{-\frac{1}{nx}} & si \quad x > 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

On note par (L_n) la courbe représentative de la fonction f_n.

1. **Etude des variations de f_n, pour tout entier naturel n non nul.**
   a)) Montrer que la fonction f_n est continue au point $x_0 = 0$.
   b)) Etudier la dérivabilité de la fonction f_n au point $x_0 = 0$.
   c)) Préciser la tangente à la courbe (L_n) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
   c)) Justifier que la fonction f_n est strictement croissante sur l'intervalle [0 ; +∞[.
2. **Etude au voisinage de +∞.**
   a)) Déterminer la limite de f_n en +∞.
   b)) Dresser le tableau de variation de la fonction g, définie sur [0 ; +∞[.
   par : $g(u) = e^{-u} - (1 - u)$
   c)) En déduire que, pour tout réel $u \geq 0$, on a : $0 \leq 1 - e^{-u} \leq u$. **($).**

d)) Soit $t \geq 0$. En intégrant sur l'intervalle [0 ; t], membre à membre, l'encadrement **($** prouver que, pour tout réel $t \geq 0$, on a : $0 \leq e^{-t} - (1 - t) \leq \frac{t^2}{2}$. **($ $).**

e)) A l'aide de la relation **($ $)**, montrer que pour tout réel x > 0, on a :

$$0 \leq f_n(x) - \left(x - \frac{1}{n}\right) \leq \frac{1}{2n^2x}. \qquad \textbf{(\$ \$ \$)}.$$

En déduire que la droite (D_n) d'équation $y = x - \frac{1}{n}$, est un asymptote de (L_n) en +∞.

Préciser alors la position de la courbe (L_n) par rapport à la droite (D_n).

3. **Trace de courbe.**
   a)) Dresser le tableau de variation de la fonction f_n. .
   b)) Tracer la courbe (L_1) de la fonction f_1.
   (on affichera son tableau de variation, et construire son asymptote oblique).

Partie B : **Etude d'une suite**

On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = \int_0^1 f_n(x)dx$

1. **Etude de la convergence.**
   a)) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 1], on a : $f_n(x) \leq x$.
   b)) En déduire que, pour tout n > 0, on a : $V_n \leq \frac{1}{2}$.
   c)) Etudier le sens de variation de la suite (V_n).
   d)) Montrer que la suite (V_n) converge.
2. **Calcul de la limite**
   a)) Justifier que, pour réel x de l'intervalle [0 ; 1], on a : $f_n(x) \geq x - \frac{1}{n}$.
   b)) Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a : $\frac{1}{2} - \frac{1}{n} \leq V_n \leq \frac{1}{2}$.
   c)) Déterminer alors la limite de la suite (V_n).

Union des Comores	***Office Nationale des examens et Concours***	
Baccalauréat	***Blanc IN°20***	***Session : 2016***
Epreuve de :Mathématiques	***Durée*** *: 4 heurs.* ***Coef*** *: 4* ***Série*** *: D*	

Exercice 1 : « 4 points »

Deux urnes U_1 et U_2 contiennent chacune :

- *Une boule numérotée zéro ;*
- *Deux boules numérotées chacune un ;*
- *Une boule numérotée deux.*

On tire au hasard une boule de l'urne U_1, puis on extrait au hasard et simultanément deux boules de l'urne U_2. Soient les événements :

A : « les boules obtenues portent le même numéros »

B : « la somme des numéros notés est égal à deux ».

1. *Calculer la probabilité de A et puis montrer que : $P(B) = \frac{1}{4}$.*
2. *Soit x le numéro de la premier boule tirée et y la somme des numéros des boules obtenues au deuxième tirage ; on désigne par (d) la droite d'équation $x - y = 1$et M le point de coordonnées (x ; y). On appelle C l'événement : « les numéros des boules obtenues, forment un couple (x ; y), coordonnées d'un point de la droite (d) ».*
   Calculer la probabilité de cet événement C.
3. *Soit Z la variable aléatoire qui à chaque tirage de trois boules associe le nombre de boule portant le numéro zéro.*
   a)) Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire Z.
   b)) Etablir la loi de probabilité de Z.
   c)) Vérifier que : $E(Z) = \frac{3}{4}$.
   d)) Déterminer et représenter la fonction de répartition de Z.

Exercice 2 : « 4 points »

Dans le plan complexe de repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$, A, B , C et D d'affixes respectives a = i, b = 1 + 3i, c = - 1 – i et d = - 4 – 2 i . Soit H l'application qui à tout point M d'affixe z distinct du point A associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i}.$$ *(Γ) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z - i| = \sqrt{10}$.*

1. *Montrer que l'application H admet deux points invariants.*
2. *Déterminer l'ensemble (Γ).*
3. *a)) Soit M le point d'affixe z et M' = H (M).*
   Montrer que : (z' – i) (z – i)= - 3 +4i.
   b)) En déduire que si le point M appartient à (Γ), alors le point M' appartient à un cercle (Γ') de centre A dont on précisera le rayon.
4. *a)) Donner une interprétation géométrique de l'argument du nombre complexe z'.*

b)) reconnaitre alors l'ensemble (Δ) des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

5. *Ecrire le nombre complexe **c** = - 1 – i, sous forme exponentielle.*
6. *Soit S la similitude plane directe de centre A , de rapport $k = \sqrt{2}$ et d'angle $\theta = \frac{5\pi}{4}$*

7. a)) Ecrire l'expression complexe de la similitude S.
   b)) On pose : S (B) = B'. Calculer l'affixe du point B' note b'.
   c)) Vérifier que le point B' appartient à l'ensemble (Γ).
8. Soit l'application R définie par : R =HoS et on note H (B') =B''.
9. a)) Justifier que R (B) = B''.
   b)) Montrer que : b'' $=-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$; où b'' l'affixe du point B''.
   c)) Vérifier que le point B'' appartient à l'ensemble (Γ').
10. Construire, (Γ), (Γ) et (Δ).

Problème : « 8 points »

Partie A : **Etude d'une fonction f.**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle] – 1 ; + ∞ [par :

$$\begin{cases} f(x)=-x+2\ln(1+x) & si \quad x \in \quad]-1;0[\\ f(x)=x-1+e^{-x} & si \quad \in \quad [0;+\infty[\end{cases}$$

On note par (∑) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

1. Montrer que la fonction f est continue au point $x_0 = 0$.
2. a)) Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ <}}\frac{f(x)-f(0)}{x} = 1$ et que $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}}\frac{f(x)-f(0)}{x} = 0$.

   b)) La fonction f est – elle dérivable au point $x_0 = 0$? Justifier votre réponse.

3. Préciser les demi – tangentes à la courbe (∑) à l'origine du repère.
4. a)) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)$. Interpréter géométriquement le résultat.

b)) Etudier le sens de variation de f sur l'intervalle] -1 ; 0 [et puis sur [0 ; +∞ [.
   c)) Dresser le tableau de variation de f.
5. a)) Montrer que la droite (d) d'équation y = x -1 est asymptote de la courbe (∑).
   b)) Etudier la position de la courbe (∑) par rapport à la droite (d).
6. Tracer (d) et (∑).
7. Soit g la restriction de f sur l'intervalle [0 ; +∞ [.
   a)) Montrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} d'un intervalle J que l'on précisera.
   b)) Représenter dans le repère la courbe (∑') de la fonction g^{-1}.
   c)) S, la surface du domaine plan limité par (∑), l'axe (x'ox), l'axe (y'oy) et la droite d'équation x =1. Montrer que S = 0,56 cm². (on prend : $e^{-1} = 0,36$)

Partie B : **Etude d'une suite**

Pour tout entier naturel n, (U_n) la suite définie par : $U_n = \int_n^{n+1}[g(x)-(x-1)]dx$

1. Exprimer U_n en fonction de n.
2. Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. Soit $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \ldots\ldots + U_n.= \sum_{p=0}^{0} U_p$
4. a)) Exprimer S_n en fonction de n.
   b)) Prouver que : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 1$

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours

Baccalauréat	Blanc IN°21	Session : 2016

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4 Série : D

Exercice 1 : « 4 points »

On un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Soient les événements :

A : « le numéro n obtenu sur la face supérieur du dé divise le nombre 12 »

$\overline{A}$: « son événement contraire »

1. *Calculer $P(A)$ et $P(\overline{A})$*
2. *Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancée associe le nombre $\frac{12}{n}$ si n est un nombre pair ou bien le nombre $\frac{12}{n+1}$ si n est un nombre impaire.*

a)) Recopier et compléter le tableau suivant :

Numéro n, obtenu	1	2	3	4	5	6
Le numéro n est un nombre pair : valeur du nombre $\frac{12}{n}$		6				
Le numéro n est un nombre impair : valeur du nombre $\frac{12}{n+1}$					2	

b)) En déduire les valeurs prises par X.

c)) Etablir la loi de probabilité de X.

d)) Vérifier que l'espérance mathématiques de X est, $E(X) = \frac{11}{3}$.

Exercice 2 : « 4 points »

1. *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexe l'équation : $z^2 - 2z + 5 = 0$*
2. *Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.*
   On donne les points A, B, C et D d'affixe respectives $a = 1 + 2i$, $b = 1 - 2i$, $c = 1 + \sqrt{3} + i$ et $d = 1 + \sqrt{3} - i$
   a)) Placer les points A et B.
   b)) Interpréter géométriquement le module et un argument du nombre complexe : $\frac{b-c}{a-c}$.
   c)) Etablir la forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{b-c}{a-c}$.
   d)) En déduire la nature du triangle ABC.
3. *On désigne par (L) le cercle circonscrit au triangle ABC.*
   a)) Calculer le rayon r du cercle (L) et puis déterminer l'affixe du point J centre de ce cercle. Construire (L).
   b)) Montrer que le point D, appartient au cercle (L).
4. *Construire alors le point C et D. On expliquera la procédure utilisée.*
5. *Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.*
   a)) Etablir l'écriture complexe de la rotation R.
   b)) Calculer l'affixe du point I, image du point J par la rotation R .
   c)) Déterminer et construire l'ensemble (L') image de (L) par la rotation R.

Problème : « 8 points »

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire.**

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ *par :* $g(x) = 1 - x^2 e^{x-1}$.

1. *Dresser le tableau de variation de g.*
2. *Montrer que l'équation* $g(x) = 0$ *admet une et une seule solution sur* $]0\,;+\infty[$.

Partie B : **Etude d'une on.**

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x\,e^{x-1} + 1$.

1. ***Calcul des limites***

   a. *Déterminer la limite de f en* $-\infty$. *Que peut on dire de la courbe* (C_f) *?*

   b. *Calculer la limite de f en* $+\infty$ *et puis* $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$. *Conclure.*

2. ***Etude du sens de variation.***

   a. *Montrer que pour tout réel x, on a :* $f'(x) = (x + 1)\,e^{x-1}$.
   b. *En déduire le sens de variation de f.*
   c. *Dresser le tableau de variation de f.*

3. ***Recherche d'une tangente particulière de*** (C_f).

   Soit (T_m) *la tangente à* (C_f) *au point d'abscisse* ***m***.

   a. *Donner une équation de la droite* (T_m).
   b. *Démontrer qu'une tangente à* (C_f) *au point d'abscisse m strictement positif, passe par l'origine du repère si et seulement si, le réel* ***m*** *vérifie l'égalité :*

   $$1 - m^2 e^{m-1} = 0 .$$

   c. *Justifier que 1 est l'unique solution sur* $]0\,;+\infty[$, *de l'équation :*

   $$1 - x^2 e^{x-1} = 0.$$

   d. *Donner alors l'équation réduite de cette tangente* (T_1).

4. *Tracer, dans un même repère orthonormé,* (T_1) *et* (C_f).
5. ***Calcul intégral.***

   a. *A l'aide d'un intégration par partie, calculer l'intégral :* $J = \int_0^1 x e^{x-1}\,dx$ *.(Cf) ,*

   b. *Déterminer alors la valeur exacte de la surface du domaine du plan limité par*

   (C_f) *, l'axe des abscisses et les droites d'équation :* $x = 0$ *et* $x = 1$.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	**Blanc IN°22**	**Session : 2016**
Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coef** : 4 — **Série** : D	

Exercice 1 : « 5 points »

*Une urne contient six boules (une rouge notée **R**, une blanche notée **B** et quatre noires notée **N**) ; indiscernable au touchés. Le jeu consiste à tirer simultanément deux boules dans cette urne. On considère les événements :*

A : « tiré la boule rouge et la boule blanche » ;

B : «tiré la boule rouge et une boule noire » ;

1. *Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.*

   (chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible)

2. *Le jeu impose la règle suivant :*

   - *Si le joueur tire la boule rouge, il gagne 15 F ;*
   - *s'il tire la boule blanche, il ne gagne rien et il ne perd rien ;*
   - *en fin, il perd 2 F par boule noire tirée.*

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain du joueur.

a. *Recopier et compléter le tableau suivant :*

Boules tirées	N et N			
Recette du joueur	-4 Fc			

b. *En déduire les valeurs prises par la variable aléatoire X.*
c. *Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X*
d. *Calculer l'espérance mathématique de X*
e. *Déterminer et représenter la fonction de répartition de X.*

Exercice 2 : « 5 points »

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct (O,u v) ; on donne les points A B, C et D d'affixe respectifs $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 2i$, $z_C = 2$ et $z_D = -2i$. On considère (Γ) le cercle de centre A et de rayon 2 cm. La droite (OA) coupe (Γ) en deux points H et K tels que : OH < OK.

1. *Faire une figure (on complétera cette figure au fur et à mesure)*
2. *a)) Calculer la longueur OA.*
   b)) En déduire les longueurs OK et OH.
3. *Justifier que : $z_K = \left(2\sqrt{2}+2i\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_H = \left(2\sqrt{2}-2i\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$.*
4. *On considère l'application R du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = \dfrac{-4}{z}$.*
5. *a)) Déterminer et placer les points A' et C', images respectifs de A et C par R.*
   b)) Préciser les points invariants par l'application R.
   c)) Montrer que, pour tout point M distinct du point O, et M' = R (M), on a :
   OM × OM' = 4.
   d)) Déterminer arg (z') en fonction de arg(z).
   e)) Soit K' et H' les images respectifs des points K et H par l'application R.
6. *Calculer : OK' et OH'.*
   - *Démontrer que : $z_{K'} = \left(2\sqrt{2}-2i\right)e^{i\frac{3\pi}{4}}$ et $z_{H'} = \left(2\sqrt{2}+2i\right)e^{i\frac{3\pi}{4}}$.*
   - *Expliquer comment construire les points K' et H' en utilisant uniquement*

La règle et le compas à partir des points K et H. Réaliser la construction.

Problème : « 10 points »

Partie A : ***Etude d'une fonction auxiliaire***

Soit g la fonction définie sur IR par :* $g(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}} + 1$

1. *Calculer la limite de g en l'infini et* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$
2. *a)) Montrer qu'en posant* $t = \frac{1}{x}$, $g(x) = H(t)$ *où* $H(t) = e^t + t\,e^t + 1$

   b)) En déduire : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} g(x)$
3. *a)) Montrer que pour tout réel x de IR*,on a :* $g'(x) = -\frac{1}{x^2}\left(\frac{2x+1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$.

   b)) En déduire le sens de variation de g

   c)) Dresser le tableau de variation de g . *On prend : «* $1-e^{-2} = 0,8$ *»*
4. *Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe de* $g(x)$

Partie B : ***Etude d'une fonction***

Soit f l'application de IR dans IR définie par :

Pour tout réel x de IR ,* $f(x) = \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$ *et* $f(0) = 0$

1. *Montrer que f est continue au point* $x_0 = 0$ *(On étudiera la limite de f en 0 à gauche et à droite)*
2. *Calculer :* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ *et* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$
3. *La fonction f est – elle dérivable au point* $x_0 = 0$
4. *Etablir les deux demi – tangente* (T_0) *et* (T_1) *à* (C_f) *au point d'abscisse* x_0.
5. *a)) Montrer que pour tout réel x de IR*, on a :* $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$

   b)) En déduire le sens de variation de f

   c)) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *puis dresser le tableau de variation de f*
6. *a)) Montrer qu'en posant* $t = \frac{1}{x}$, *on a :* $f(x) - \frac{1}{2}x = P(t)$,

   Où $P(t) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+e^t}\right)\left(\frac{e^t-1}{t}\right)$

   b)) Déterminer alors : $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$ *.Interpréter t le résultat*

7. *Dans un même repère orthonormé, tracer* (T_0) , (T_1) , $(d) : y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ *et* (C_f)

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours
Baccalauréat Blanc IN°23	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coef : 4 — Série : D

Exercice 1 : « 5 points »

On considère dans l'ensemble des nombres complexes, la suite $(z_n)_n$ définie sur IN par $z_0 = 1$ et $2z_{n+1} = z_n + i$. On note par r_n le module de z_n pour tout entier n.

1. a. Etablir la forme algébrique de z_1
   a. Calculer r_0 et r_1
2. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $r_n \leq 1$.
3. On pose : $z_n = x_n + i\ y_n$, avec x_n et y_n des nombres réels ; $U_n = z_n - i$.
   a. Exprimer r_n en fonction x_n et y_n pour tout entier naturel n.
   b. Montrer que pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n$

      En déduire la nature de la suite (U_n)
   b. Exprimer U_n et puis z_n en fonction de n
4. Montrer que pour tout entier naturel n, on a :

$$x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n,\quad y_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ et } r_n = \sqrt{1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2\left(\frac{1}{4}\right)^n}$$

5. Déterminer la limite de la suite (x_n), (y_n) et (r_n).
6. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}\ ; \vec{v})$. On considère l'application f du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = -(\sqrt{3} + i)z - 1 + i(1 + \sqrt{3})$
   a. Montrer que f est une similitude directe dont le centre J a pour affixe i en déterminant son rapport et l'angle
   b. A étant le point d'affixe z_0,B l'image du point par f. Déterminer l'affixe du point B.
   c. Préciser alors la mesure en radiant de l'angle : $(\overrightarrow{JA}, \overrightarrow{JB})$

Exercice 2 : « 5 points »

Une urne contient cinq boules (une rouge, une blanche et trois noires) ; indiscernable au touchés. Le jeu consiste à tirer simultanément deux boules. On considère les événements : A : « tiré la boule rouge et la boule blanche » ; B : «tiré la boule rouge et une boule noire » ;

(chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible)

1. Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.
2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le nombre des boules noires obtenues.
   a. Déterminer les valeurs prises par X
   b. Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X

c. Calculer l'espérance mathématique de X
d. Déterminer et représenter la fonction de répartition de X.

Problème : « 10 points »

On considère la fonction f définie sur IR par :

$$f(x) = \ln\left(1+e^{-x}\right) + \frac{1}{3}x .$$

On note par (L) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)

1. Etude des variations de f

a. Déterminer la limite de f en $+\infty$

b. Montrer que, pour tout réel x, on a : $f(x) = \ln\left(e^{x}+1\right) - \frac{2}{3}x$

c. En déduire la limite de f en $-\infty$

d. Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = \frac{e^{x}-2}{3(e^{x}+1)}$.

e. En déduire le sens de variation de f

f. Dresser le tableau de variation de f

2. Allure de la Courbe.

a. Montrer que la droite (d) d'équation $y = \frac{1}{3}x$ est asymptote de (L) en $+\infty$

b. Etudier la position de la courbe (L) par rapport à la droite (d)

c. Montrer que la droite (d') d'équation $y = -\frac{2}{3}x$, est asymptote (L) en $-\infty$

d. Étudier la position de la courbe (L) par rapport à la droite (d')

e. Tracer (d), (d') et (L). On prend : ln 2 = 0,7 et puis f (ln2) = 0,6.

3. Mettre en évidence une propriété de la courbe (L)

On désigne par (T) la tangente à (L) au point d'abscisse $x_0 = 0$.

Soient M un point de la courbe (L) d'abscisse x et N un point de la courbe (L) d'abscisse $-x$; où x est un réel non nul.

Démontrer que la droite (MN) est parallèle à la tangent (T).

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours
Baccalauréat	Blanc IN°24 Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coefficient : 4 — Série : D

Exercice 1 : « 5 points »

Jouer avec les boites

On a trois boites numérotées B_1, B_2 et B_3. La première contient une boule blanche et deux boules noires ; la deuxième contient deux boules blanches et une boule noire ; enfin la troisième contient trois boules blanches. On choisit au hasard une des trois boites, puis on tire au hasard une boule de cette boite.

1. Présenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré
2. Quelle est la probabilité d'avoir une boule blanche ?
3. Sachant qu'on a tiré une boule blanche, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boite B_1 ?
4. Maintenant, on a regroupé les boules dès deux premières boites dans une seule urne et on tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne. Soit X variable aléatoire qui à chaque tirage de trois boules, associe le nombre des boules noires obtenues.
   a. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X
   b. Etablir la loi de probabilité de X
   c. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

Exercice 2 : « 5 points »

Partie A :

On considère le polynôme $P(z) = z^3 - (2+4i)z^2 + (-3+6i)z + {}'4 - 2i$;
où z un nombre complexe.

1. Montrer que P (z) admet une racine réel z_0 que l'on déterminera.
2. Déterminer les nombres complexes a et b tel que pour tout nombre complexe z, on a :
   $P(z) = (z - 1 - 2i)\ (z^2 + az + b)$.
3. Résoudre alors dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$.

Partie B :

Dans le plan complexe de repère orthonormé direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$,
on donne les points A, B et D d'affixe respectives $z_A = 1$, $z_B = 2i$ et $z_D = 1 + 2i$

1. Placer les points A, B et D.
2. a)) Calculer le module et argument du nombre complexe : $\dfrac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$.
   b)) En déduire la nature du triangle BAD.
3. a)) Déterminer l'écriture complexe de la similitude S de centre O et qui transforme A en B. b)) Caractériser alors cette similitude S.
4. Soit (H) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $\arg\left(\dfrac{z-2i}{z-1}\right) = \dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$
   a)) Vérifier que le point O, origine du repère, appartient à (H)
   b)) Le point D appartient il à l'ensemble (H) ? Justifier votre réponse.
   c)) Déterminer et construire l'ensemble (H)

Problème : « 10 points »

Partie A : **Etude d'une équation différentielle**

On considère les équations différentielles :

$y'' - y - 2y = -2x - 1$ (E) et $y'' - y - 2y = 0$ (E')

1. Résoudre l'équation différentielle (E ')
2. Déterminer les réels a et b pour que $P(x) = ax + b$ soit solution de l'équation (E).
3. Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si (f – p) est solution de (E').
4. En déduire les solutions f de l'équation (E).
5. Trouver la fonction f solution de (E) vérifiant $f(1) = 0$ et $f'(1) = -1$.

Partie B : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x - e^{2x-2}$.

1. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $I = [0 ; 0,5]$.
3. Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$.
4. Montrer que la droite (d) d'équation $y = x$ est un asymptote de (C_f) en $-\infty$ et puis préciser la position de (Cf) par rapport à cette droite.
5. Calculer $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$. Interpréter géométriquement le résultat.
6. a)) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{j})$. d'unité graphique 2 cm, tracer (T),(d) et (C_f).
   b)) Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe (x'ox) et les droites d'équation $x = 0,5$ et $x = 1$.

Partie C : **Valeur Approchée de α**

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $I =[0 ; 0,5]$ par $g(x) = e^{2x-2}$.

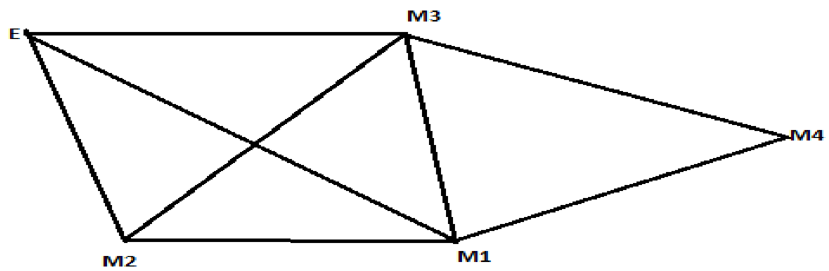
1. Vérifier que $g(\alpha) = \alpha$.
2. Montrer que pour réel de I, g (x) appartient à I et que $|g'(x)| \le \frac{2}{e}$.
3. Etablir que, pour tout réel x de I on a : $|g(x) - \alpha| \le \frac{2}{e}|x - \alpha|$
4. Soit (U_n) la suite définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = g(U_n)$.
   a. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a , U_n appartient à I.
   b. En déduire que pour tout entier naturel n on a : $|U_{n+1} - \alpha| \le \frac{2}{e}|U_n - \alpha|$.
   c. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $|U_n - \alpha| \le \left(\frac{2}{e}\right)^n$.
   d. Déterminer alors la limite de la suite (U_n).
   e. Trouver le plus petit entier naturel p tel que U_p soit une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN°25	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coefficient : 4	
	Série : D	

Exercice 1 : « 5 points »

Visite des magasins

Monsieur Ali doit quitter sa maison E pour se rendre dans quatre magasins (M_1, M_2, M_3, M_4). Les lignes représentent les routes pour lesquelles il doit passer d'un magasin à un autre. Il fait ses visites totalement au hasard, sans repasser deux fois le même magasin, ni passer devant un magasin déjà visité, ni revenir à la maison. La figure suivante, indique la carte géographique.



Son objectif, c'est de visiter trois magasins parmi ces quatre magasins.

Exemple d'une visite *: E — M_2 — M_1 — M_4, signifie qu'Ali a quitté sa maison E tout en visitant dans cet ordre le magasin M_2 , M_1 et M_4 (premier magasin visité M_2 ; deuxième magasin visité M_1 ;et enfin troisième magasin visité M_4).*

1. *A' l'aide d'un arbre de choix, déterminer les listes possibles des visites de trois magasins qui sera effectué par Ali.*
2. *Préciser la seule liste où Ali ne visitera pas le magasin **M_3**.*
3. *On considère les événements :*

*A : « Ali ne visitera pas le magasin **M_3** » B : « Ali visitera le magasin **M_3** en dernier »*

Calculer la probabilité de l'événement A et puis de l'événement B.

« chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible »

4. *Sur la liste : E — M_2 — M_1 — M_4, on dit que le magasin M_2 est sur le premier rang de cette visite.*

X, la variable aléatoire qui à chaque visite de trois magasins, associe le rang du magasin M_3.

a. *Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X*
b. *Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X*
c. *Vérifier que l'espérance mathématique de X, est : $E(X) = \frac{7}{4}$.*

Exercice 2 : « 5 points »

3. *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 - z\bar{z} = -18 - 36i$*
4. *le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct ($O, \vec{u};\vec{v}$), on donne les points A , B et C d'affixe respectif $z_A = 6 - 3i$, $z_B = 2 + 4i$ et $z_C = 4 + \frac{1}{2}i$. Et soit (L) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $\left|z - 4 - \frac{1}{2}i\right| = \frac{\sqrt{65}}{2}$*

1. *Placer les points A ,B et C. « on complétera la figure au fur et à mesure »*
2. *a)) Calculer le module et un argument du nombre complexe $\frac{z_B}{z_A}$.*

b)) En déduire la nature du triangle OBA.

3. *a)) Vérifier que le point A appartient à l'ensemble (L)*
   b)) Déterminer et construire l'ensemble (L)
4. *Soit R, la rotation de centre O et d'angle* $\frac{\pi}{2}$.
   a. *Etablir l'écriture complexe de cette rotation R.*
   b. *Déterminer l'affixe du point D et E, image respectif des points C et A par la rotation R.*
5. *Déterminer et construire l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par la rotation R.*
6. *On considère le point K d'affixe* $= -\frac{7}{2} - 2i$.
   a. *Donner une interprétation géométrique de l'argument du nombre complexe*

   $$q = \frac{z_K}{z_A - z_B}$$

   b. *Calculer un argument, du nombre complexe q.*
   c. *En déduire que les droites (OK) et (AB) sont perpendiculaire*
   d. *Que représente la droite (OK) pour le triangle OBAO ?*

Problème : « 10 points »

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire**

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x) = 1 - x\,e^{x}$.

1. *Dresser le tableau de variation de g*
2. *a)) Montrer que l'équation g (x) = 0, admet une et une seule solution, notée α , sur IR.*
   b)) Donner un encadrement de α, d'amplitude 0,1.
3. *Déterminer, suivant les valeurs de x, le signe de g (x).*

Partie B : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x+1}{e^{x}+1}$

1. *Déterminer le domaine de d »finition de la fonction f.*
2. *Calculer les limites de la fonction f en - ∞ et +∞.*
3. *a)) Montrer que, pour tout réel x, on a :* $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$.

   b)) En déduire le sens de variation de f
   c)) Dresser le tableau de variation de f.
4. *Etablir l'équation de la tangente (T) à (* C_f*) au point d'abscisse* $x_0 = 0$.
5. *a)) Calculer :* $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ *et puis* $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-x\right)$

   b)) Interpréter géométriquement ce résultat.
6. *Tracer, dans un même repère orthonormé, (T) , les asymptotes de (* C_f*) et puis (* C_f*).*

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	Blanc IN°26	Session : 2016
Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coefficient : 4	Série : D

Exercice 1 : « 4 points »

Jouer avec les boules

Une boite contient cinq une boules vertes et cinq boules rouges, indiscernables au touchées. On tire simultanément trois boules dans la boite. Soient les événements : A : « obtenir deux boules rouges » ; B : « obtenir trois boules rouges » ; C : « obtenir au moins deux boules rouges ».

1. *Calculer la probabilité de chacun des événements A, B et C.*
2. *Si le joueur réalise l'événement C il ne gagne rien ; A il gagne 500 F ;B il gagne 100 F*

On note X, la variable aléatoire donnant le gain du joueur.

a. *Etablir la loi de probabilité de X.*
b. *Calculer l'espérance mathématique de X.*

3. *Maintenant, le jeu est modifié selon la règle suivant :*

Si le joueur réalise l'événement A ou bien B, ne gagne plus d'argent immédiatement, mais il est qualifié par la suite d'un second jeu appelé « Faveur ». Si le joueur réalise l'événement C, il ne gagne rien et n'est pas qualifié pour le « Faveur ».

Le « Faveur », consiste à extraire une boule parmi les sept restées dans la boite ; si celle – ci est verte, le joueur empoche 2000 Fc et si elle est rouge, le joueur a perdu mais il repart avec une prime de 750 Fc. Quelle est la probabilité :

a. *d'empocher les 2000 Fc du « Faveur », sachant que l'événement A est réalisé*
b. *que le joueur part avec la prime du « Faveur », sachant que l'événement B est réalisé.*
c. *d'empocher les 2000 Fc du « Faveur » sachant que l'événement B est réalisé*
d. *d'empocher les 2 000 Fc du « Faveur ».*

Exercice 2 : « 4 points »

Le tableau suivant, donne un échantillon des notes en mathématique et physique chimie obtenues par certains élèves de terminale C de l'établissement Madariss Al Iman, pour le bac blanc session 2015.

Mathématique : x_i	16,5	12	11 ,5	12,5	10,5	9	13	10	6	8,5
Physique chimie : y_i	12	12,5	14	9	8,5	9,5	11	10	12	10,5

1. *Représenter les nuages des points $M_i(x_i ;y_i)$ de cette série double dans un repère orthonormé*
2. *Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique double. Placer G.*
3. *En utilisant la méthode de MAYER, montré que la droite d'ajustement linéaire de cette série double, a pour équation réduite : $y = 0,2\,x + 8,68$.*
4. *En supposant la conformité de cette tendance de ses élèves sur ces deux disciplines, que serai la note de physique chimie, d'un élève de ce groupe qui aura **15** en mathématique ?*

Exercice 3 : « 4 points »

Partie A :

On considère le polynôme $P(z) = z^4 - i\,z^3 + (1 + i)z + 1 - i$; où z un nombre complexe.

1. *Montrer que $P(z)$ admet une racine imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.*
2. *Déterminer le nombre complexe b tel que pour tout nombre complexe z, on a :*

$$P(z) = (z - i)(z^3 + b).$$

3. *Résoudre alors dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$.*

Partie B :

Dans le plan complexe de repère orthonormé direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$, *on donne les points A, B et D d'affixe respectives $z_A = i$, $z_B = 2$ et $z_C = 4 + 3i$*

1 .*Placer les points A, B et C (On compétera la figure au fur et à mesure).*

2. *Déterminer l'affixe du point D, pour que le quadrilatère (ABCD) soit un parallélogramme.*
3. *On désigne par le point I, l'isobarycentre des points A, B, C et D. Calculer l'affixe de I.*
4. *Soit (L) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $|z-2-2i| = 2$.*

   a)) Vérifier que le point B appartient à l'ensemble (L)

   b)) Déterminer et construire l'ensemble (L).
5. *Soit S, la similitude plane directe de centre O qui transforme le point B en A.*

a)) Montrer que, pour tout point M d'affixe z, d'image le point M' d'affixe z' par S, on a :

$$z' = \frac{1}{2} i z.$$

b)) Préciser le rapport et l'angle de la similitude S.

6. *Déterminer et construire l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par la similitude S.*

Problème : « 8 points »

La partie C, est largement indépendant aux deux premières parties A et B.

Partie A : ***Etude d'une fonction auxiliaire***

On considère la fonction g définie sur IR par : $1 - x + e^x$.

1. *Dresser le tableau de variation de g.*
2. *Déterminer, suivant les valeurs de x, g (x).*

Partie B : ***Etude d'une fonction***

On considère la fonction f définie sur l'intervalle IR par : $f(x) = x + 1 + x e^{-x}$.

1. *Calculer la limite de f en l'infini.*
2. *a)) Montrer que, pour tout réel x, on a : $f'(x) = e^{-x} g(x)$.*

   b)) En déduire le sens de variation de f.

   c)) Dresser le tableau de variation de f.

3. *a)) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$, est un asymptote de (C_f) en $+\infty$.*

   b)) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (d).

4. *Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.*
5. *Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$. Interpréter le résultat.*
6. *a)) Calculer f (-1) et f (0). Que peut on conclure de la courbe (C_f) ?*

   b)) Tracer (T) et (C_f) dans un même repère orthonormé ($0, \vec{i}, \vec{j}$).

c)) Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), (d) et les droites $x = 0$, $x = \ln 2$.

Partie C : ***Etude d'une suite***

Soit $(U_n)_{n\in IN}$ la suite définie par : $U_n = \int_1^e t(\ln t)^n\, dt$

1. *Calculer U_0 et U_1.*
2. *A laide d'une intégration par partie, montrer que, pour $n \geq 0$: $2U_{n+1} + (n+1)\, U_n = e^2$.*
3. *Calculer alors la valeur exacte de U_2.*
4. *a)) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n \geq 0$.*

   b)) Montrer que la suite (U_n) est décroissante.

   c)) En déduire que la suite (U_n) converge.
5. *a)) A l'aide de la question 2)), montrer que, pour $n \geq 0$, on a : $0 \leq U_n \leq \frac{e^2}{n+1}$.*

   b)) Déterminer alors la limite de la suite (U_n).

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours

Baccalauréat	Blanc IN°27	Session : 2016

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 4 heurs. Coefficient : 4
	Série : D

Exercice 1 : 4 points »

Le tableau suivant, donne la répartition des stagiaires dans trois services d'une entreprise en fonction de leurs compétences linguistiques (Anglais ou Arabe).

	Service livraison	Service de commande	Service de gestion source humaine	Total
Anglais	3		2	
Arabe		3		5
Total	4	7		

NB : tous les résultats sous forme d' une fraction irréductible.

1. Recopier et compléter le tableau ci – dessus.
2. On choisit au hasard un stagiaire parmi les quatorze stagiaires. Soient les événements :
   A : « le stagiaire maitrise l'anglais » ;
   B : « le stagiaire maitrise l'anglais et se trouve dans le service commande »
   C : « le stagiaire est dans le service gestion des sources humaine ».
   a. Calculer la probabilité de chacun des événements A, B, et C.
   b. Les événements A et C sont – ils indépendants ?
3. Le Directeur de cet entreprise, a deux missions (l'une de 9h à 12h et l'autre de 10 h à 13h). Il veut désigner deux stagiaires pour ces deux missions.
   a. D l'événement : « le directeur a choisi un stagiaire qui maitrise l'anglais pour la mission de 9h à 12h et un stagiaire dans le service source humaine pour la mission de 10h à 13h ». Calculer la probabilité de l'événement D.
   b. Soit X la variable aléatoire associe le nombre de stagiaire du service source humaine que le directeur peut les désigner dans ces deux missions.
   Etablir la loi de probabilité de X et vérifier que l'espérance mathématique $E(X) = \dfrac{39}{91}$.

Exercice 2 : « 4 points »

Analyse des grèves

Le tableau suivant, indique le nombre des grèves réalisées durant ces trois dernières années dans l'éducation de l'Union des Comores.

Rang de l'année : x_i	1	2	3
Nombre des grèves : y_i	2	1	3

On définit ainsi une série statistique double $(x_i ; y_i)$.

1. Représenter les nuages des points de cette série double dans un repère orthonormé.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G de la série et puis placer le point G dans le repère.
3. En utilisant la méthode de moindre carrée, montrer que la droite (d) d'ajustement linéaire à pour équation réduite $\mathbf{y = 0,5\,x + 1}$. Tracer la droite (d).
4. En supposant que cette tendance garde toujours cet évolution, déterminer alors le nombre de grève qui sera l'année prochaine (la quatrième année).

Exercice 3 : « 5 points »

Partie I : Equation dans l' ensemble des nombres complexes

On considère le polynôme, $P(z) = z^3 - (1+i)z^2 + 2iz + 2 - 2i$; où z nombre complexe.

1. Vérifier que les nombres complexes $z_0 = 1 - i$ et $\overline{z_0}$ son deux racines de $P(z)$.
2. Montrer que pour tout nombres complexe z, on a : $P(z) = (z - 1 + i)(z^2 - 2iz - 2)$.

3. Déterminer alors la solution, dans l'ensemble des nombres complexe, de $P(z) = 0$.

Partie II. Nombre complexe et géométrie

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A , B et C d'affixe respectif $z_A = 1 - i$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = -1 + i$; et (L) le cercle de diamètre [AB]. Soit R, la rotation de centre O tel que $R(A) = B$.

1. Placer les points A ,B, C et tracer le cercle (L). « on complétera la figure au fur et à mesure »
2. Déterminer l'angle α de la rotation R.
3. Déterminer et construire l'ensemble (L') image du cercle (L) par cette rotation R.
4. Soit $\theta \in]0;2\pi[$ et $\theta \neq \pi$; M le point d'affixe $z = 1 + i\, e^{i\theta}$ et le point M' d'affixe z', l'image du point M par la rotation R.
   a. Justifier que le point M est distincte du point A et du point B.
   b. Prouver que le point M appartient au cercle (L).
   c. Montrer que : $z' = i - e^{i\theta}$.
   d. Démontrer que : $\dfrac{z_{\overrightarrow{BM}}}{z_{\overrightarrow{BM'}}} = \dfrac{Sin\theta}{1 + Cos\theta}$. En déduire la position des points M, B et M'.
   e. Placer le point E d'affixe $z_E = 1 + i\,e^{i\frac{\pi}{6}}$, le point E' son image par R en décrivant la procédure utiliser.

Problème : « 7 points »

Partie A : **Etude d'une fonction**

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = (x+1)e^{x} & si \quad x < 0 \\ f(x) = (x+1)e^{-x} & si \quad x > 0 \\ f(0) = 1 & si \quad x = 0 \end{cases}$

1. Montrer que la fonction f est continue au point $x_0 = 0$.
2. a)) vérifier que :
   - ❖ $\dfrac{f(x) - f(0)}{x} = e^{x} + \dfrac{e^{x} - 1}{x}$, pour tout réel $x < 0$;
   - ❖ $\dfrac{f(x) - f(0)}{x} = e^{-x} - e^{-x}\left(\dfrac{e^{x} - 1}{x}\right)$, pour tout réel $x > 0$.

   b)) Etudier alors la dérivabilité de la fonction f au point $x_0 = 0$.
3. Etablir l'équation de chaque demi - tangente (T_1) et (T_2) de (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
4. a)) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter géométriquement les résultats.

   b)) Etudier le sens de variation de la fonction f sur IR.

   c)) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
5. a)) Calculer $f(-1)$. Conclure.

   b)) Tracer (T_1) et (T_2) de (C_f) dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Partie B : **Etude d'une suite**

Soit (U_n) la suite définie par : $U_n = \int_0^n f(x)dx$; pour tout entier naturel n.

1. Interpréter géométriquement U_n.
2. A l'aide d'une intégration par partie, exprimer U_n en fonction de n.
3. Justifier que la suite (U_n) converge

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours

Baccalauréat **Blanc IN°28** **Session : 2016**

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 4 heurs. **Coefficient** : 4
Série : D

Exercice 1 : 4 points »

1. Soient A et B deux événements liés à une expérience aléatoire. Les probabilités des événements
   A, B et $A \cap B$ sont données par les égalités :
$$P(A) = \frac{6}{5},\ P(B) = \frac{1}{2} \text{ et } P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$
   a)) L'une des données ci – dessus est aberrante. Laquelle ? Et pour quoi ?
   b)) Modifier cette donnée de façon que les événements A et B soient indépendants.

2. Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 3 boules blanches et 7 boules noires. On effectue deux tirages successifs sans remettre la première boule tirée dans l'urne. Soient les événements :
C : « la première boule tirée est blanche » , D : « la deuxième boule tirée est blanche ».
   a)) Calculer la probabilité de C et D.
   b)) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches tirées.
   - Démontrer que $P(X = 0) = \dfrac{7}{15}$.
   - Etablir la loi de probabilité de X
   - Calculer l'expérience mathématique de X.

Exercice 2 : « 4 points »

Un magasin de vente de produit alimentaire fonction avec un déficit. La réduction de ce déficit sur six mois, évolue de la façon suivante :

Rang du mois : x_i	1	2	3	4	5	6
Déficit en Fc : y_i	45	40	35	30	25	11

1. Construire les nuages des points $M_i(x_i ; y_i)$ de cette série .
2. Calculer les coordonnées du point moyen G des nuages.
3. En utilisant la méthode de MAYER, montrer que la droite, (L), d'ajustement affine de cette série statistique double, a pour équation réduite : $y = -6x + 52$. Tracer (L).
4. Montrer que le point G appartient à la droite (L).
5. a)) Déterminer le déficit du magasin au huitième mois.
   b)) Estimer le nombre de mois au bout duquel le déficit est nul.

Exercice 3 : « 5 points ».

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u};\vec{v})$

On donne les points A, B, et C d'affixe respectifs $a = 2$; $b = 1 - i\sqrt{3}$; $c = 2 + 2i$.

Soit R, la rotation de centre 0 et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$ et T la translation de vecteur $-2\vec{u}$.

Pour chaque point M d'affixe z du plan, le point M_1 d'affixe z_1 est l'image de M par R puis le point M' d'affixe z' l'image de M_1 par T. On pose $f = ToR$

1. Exprimer z_1 en fonction de z puis z' en fonction de z_1

2. Le point C' d'affixe c', est l'image du point C par f. Montrer que $c' = (1+\sqrt{3})(-1+i)$

3. *Démontrer que :* $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - 2$

4. a)) *Déterminer la forme algébrique du nombre complexe* $\frac{c'}{c}$

b)) *En déduire la nature du triangle COC' et calculer son aire, en cm².*

5. *On pose* $z = x + iy$*, avec* x *et* y *des nombres réels.* $f(M) = M'$

a)) *Pour tout nombre complexe z non nul, montrer que la partie réel du complexe* $\frac{z'}{z}$ *est* $R_e = \frac{x^2 + y^2 - 4x}{2(x^2 + y^2)}$ *et puis la partie imaginaire de* $\frac{z'}{z}$ *est* $I_m = \frac{x^2\sqrt{3} + y^2\sqrt{3} + 4x}{2(x^2 + y^2)}$.

b)) *En déduire l'ensemble (L) des points M d'affixe z non nul, tels que le triangle OMM' soit rectangle en O.*

1. *Déterminer l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par f.*

Problème : « 7 points »

Partie A : **Etude d'une fonction**

Soit f *la fonction définie par :* $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$

1. *Déterminer l'ensemble de définition de f.*
2. *Etudier le signe de l'expression « **x lnx** », pour tout réel* $x > 0$.
   a)) *Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition*
   b)) *Préciser, s'il existe, les asymptotes de la courbe représentative de f,* (C_f).
3. a)) *Montrer que, pour tout réel* $x > 0$ *et différent de 1, on a :* $f'(x) = \frac{-\ln x - 1}{(x \ln x)^2}$
   b)) *En déduire le sens de variation de f*
   c)) *Dresser le tableau de variation de f.*
4. *Tracer* (C_f) *dans un repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
5. *Soit S, la surface du domaine du plan limité par* (C_f)*, l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x = e$ *et puis* $x = e^2$.

a. *En utilisant la représentation graphique, montrer que :* $\frac{1}{2} - e^{-1} \leq S \leq e - 1$.

b. *En déduire que :* $0{,}1 \leq S \leq 1{,}7$.

Partie B : **Etude d'une suite**

On considère les suites (U_n) *et* (V_n) *définies par :* $U_n = \int_2^{n+1} f(x)dx$ *et* $V_n = \sum_{k=2}^{n} f(k)$,

pour tout $n > 1$.

1. a)) *Montrer que, pour tout entier naturel* $n > 1$*, on a :* $U_n = \ln[\ln(n+1)] - \ln \ln 2$)
   b)) *Déterminer alors la limite de la suite* (U_n).
2. a)) *Montrer que, pour tout entier* $k > 1$*, on a :* $\int_k^{k+1} f(x)dx \leq \frac{1}{k \ln k}$.
   b)) *En déduire que, pour tout entier naturel* $n > 1$*, on a :* $U_n \leq V_n$.
3. *la suite* (V_n) *est – elle convergente ? Justifier votre réponse.*

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours

Baccalauréat	Blanc IN°29	Session : 2016

Epreuve de : Mathématiques	**Durée** : 4 heurs. **Coefficient** : 4 **Série** : D

Exercice 1 : 5 points »

1. **Questions préliminaires**
   a. Résoudre dans IR l'équation : $16x^2 - 71x + 28 = 0$
   b. Ecrire au plus simple possible le nombre suivant : $A = \dfrac{C_{q-3}^{n-1}}{C_q^n}$;
   où n et q deux entiers naturels $n < q$.
2. **Jeu des boules**.
   Une boite contient **q** boules dont trois sont blanches et les autres sont noirs.
   Un premier jeu consiste a tiré successivement et avec remise **n** boules dans la boite.
   On désigne par X la variable aléatoire qui donne le nombre de boules blanches tirées.
   Un deuxième jeu consiste a tiré simultanément **n** boules dans cette fois.
   On note Y la variable aléatoire qui donne le nombre de boules blanches obtenues.
   On appelle E (x) l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et puis (Y = 1) l'événement « obtenir une boule blanche au cour du second jeu ».
   a. Exprimer en fonction de **n** et **q**, l'espérance mathématique de X : E (X).
   b. Montrer que : $P(Y = 1) = \dfrac{3n(q-n)(q-n-1)}{q(q-1)(q-2)}$
   c. Sachant que $E(X) = 1$ et $P(Y = 1) = \dfrac{28}{55}$, déterminer alors le nombre des boules de cette boite et puis le nombre de boules imposées à tirer dans ces deux jeu.

Exercice 2 : « 5 points »

Partie I : Equation du troisième degré dans l' ensemble des nombres complexes

On considère l'équation d'inconnu z, dans l'ensemble des nombres complexe, notée (E) suivante : $z^3 - 4iz^2 - 16z + 64i = 0$. (E).

1. Montrer que (E) admet deux racines réelles que l'on déterminera.
2. Résoudre alors l'équation (E).

Partie II : Nombre complexe et géométrie

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixe respectif $z_A = -4$, $z_B = 4$ et $z_C = 4i$ et puis la transformation S qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $\boldsymbol{z' = (1 + i)z + 4 + 4i}$.

Et enfin les points D et E tels que AOCD et OBDC soient des carrés.

1. caractériser la transformation S.
2. Placer les points A,B, C, D et E dans le repère puis déterminer z_D et z_E.
3. a)) Préciser les points S (A) et S (O).
   b)) Quelle est l'image de la droite (DA) par cette transformation S ?
4. Calculer l'affixe du point I et J milieux respectif du segment [AO] et [BC].
5. Soit R le quart tour direct de centre I.
   a. Etablir l'écriture complexe de cette rotation R.
   b. Préciser le point R (J).
6. Montre que : SoR (J) = D.

Problème : « 10 points »

La partie C est largement indépendant des deux premières A et B.

Partie A : **Etude d'une fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ *par :* $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$. *On note par* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$ *d'unité 1 cm.*

1. *Justifier que les axes du repère sont des asymptotes de* (C_f).
2. *Dresser le tableau de variation de f.*
3. *a)). Etablir l'équation de la tangente* (T) *à* (C_f) *au point d'abscisse* $x_0=1$.
   b)) Tracer (T) *et* (C_f).
   c)) Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), *l'axe (x'Ox) et les droites d'équation* $x=1$ *et* $x=e$.
4. *Utiliser* (C_f) *pour discuter suivant les valeurs du paramètre réel m non nul, le nombre des solutions de l'équation* $\mathbf{\ln x - m\,x = 0}$.

Partie B : **Etude algébrique de l'équation** $\mathbf{\ln x - m\,x = 0}$.

Soit f_m *la fonction définie sur par :* $f_m(x)=\ln x - m\,x$ *; où m un paramètre réel non nul.*

1. *Déterminer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x)$ *si* $m>0$ *et puis si* $m<0$.
2. *a)) Suivant les valeurs du paramètre réel m non nul, déterminer le sens de variation de* f_m.
   b)) Dresser, suivant les valeurs de m, le tableau de variation de f_m.
3. *Préciser, suivant les valeurs du paramètre m non nul, le nombre des solutions de l'équation* $f_m(x)=0$ *(retrouver le résultat de A]4)).*
4. *Démontrer que pour chaque courbe* (Cf_m), *il existe un point* M_m *et un seul dont on déterminera les coordonnées, tel que la tangente en* M_m *à* (Cf_m) *passe par l'origine O.*

Partie C: **Etude d'une suite**

On considère les suites (U_n) *et* (V_n) *définies pour tout entier naturel n non nul par :*

$$U_n=1+\frac{1}{(3+1)^1}+\frac{1}{\left(3+\frac{1}{2}\right)^2}+\dots\dots+\frac{1}{\left(3+\frac{1}{n}\right)^n} \quad \text{et} \quad V_n=1+\frac{1}{3^1}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\dots\dots+\frac{1}{3^n}.$$

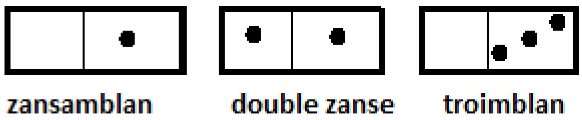
1. *Calculer* U_1, U_2 *et* V_1.
2. *Exprimer* V_n *en fonction de n.*
3. *Justifier les affirmations suivantes :* *a)) Pour tout* $n>0$, *on a :* $V_n\le\dfrac{3}{2}$.
   b)) Pour tout entier naturel k , $1\le k\le n$, *on a :* $\dfrac{1}{\left(3+\frac{1}{k}\right)^k}\le\dfrac{1}{3^k}$.
   c)) Pour tout entier $n>0$, *on a :* $U_n\le V_n$.
4. *Etudier le sens de variation de la suite* (U_n).
5. *Montrer que la suite* (U_n) *converge.*
6. *On pose :* $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=m$ *et on admet que, pour tout entier naturel* $n>0$, $U_n\ge 1+\dfrac{1}{(3+1)^1}$.

   Montrer que : $\dfrac{5}{4}\le m\le\dfrac{3}{2}$

Union des Comores	Office Nationale des examens et Concours	
Baccalauréat	**Blanc IN°30**	**Session : 2016**
Epreuve de : Mathématiques		**Durée** : 4 heurs. **Coefficient** : 4 **Série** : D

Exercice 1 : 5 points »

Une boite contient les trois dominons, identiques, suivants :



*Un enfant tire au hasard un premier domino et le rejet dans l'eau puis au hasard un deuxième domino. On note par **m** le nombre des points qui figurent dans le premier domino et par **n** le nombre des points qui figurent dans le deuxième.*

*Soit Ω l'ensemble des couples **(m , n)** ainsi formé.*

1. *Enumérer et dénombrer toute les éventualités de l'univers Ω.*
2. *Justifier par calcul que la situation est équiprobable.*
3. *On considère le nombre complexe **z** défini par : **z** = m $e^{i\frac{n\pi}{3}}$;où m et n les nombres définis précédemment.*
   a. *Etablir la forme algébrique de chaque nombre complexe qu'on peut former.*
   b. *Soient les événements :*
      A : « après le tirage, le nombre complexe formé est réel »
      B : « après le tirage, le nombre complexe z obtenu a pour module 1 »,
      C : « après le tirage, la partie imaginaire du nombre complexe z obtenu est positif »
      Calculer la probabilité de : A, B, C, B $\cap$ C et B $\cup$ C.
4. *Soit X la variable aléatoire qui tirage de deux dominons associe le module du nombre complexe z formé.*
   a. *Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.*
   b. *Vérifier que l'espérance mathématiques E (X) est tel que : E (X) = $\frac{9+\sqrt{3}}{6}$.*

Exercice 3 : « 5 points ».

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct (O , $\vec{u};\vec{v}$). A le point d'affixe z_A = 2i et H l'application du plan privé du point A dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' défini par : z' = $\frac{2iz-5}{z-2i}$.

1. *Déterminer l'affixe du point O' image du point O par l'application H et puis l'affixe du point B antécédent du E d'affixe z_E = - $\frac{9}{5}$ + $\frac{11}{10}$ i.*
2. *Montrer que l'application H admet deux points invariants C et D que l'on déterminera l'affixe du point C admet une partie imaginaire négatif).*
3. *Montrer que la droite (y'Oy) privée du point A, est globalement invariant par H.*
4. *Soit (Γ) le cercle de centre A et de rayon **r**.*
   a. *Prouver que pour tout nombre complexe z différent de 2i, on a : $|z'-2i|\times|z-2i|=9$.*
   b. *En déduire l'image du cercle (Γ) par l'application H.*
   c. *Déterminer la valeur de r pour que le cercle (Γ) soit invariant par l'application H.*
5. *On prend **r = 3**.*

Soient R la transformation du plan complexe dans lui-même dont son écriture complexe est *donnée par $z' = iz + 4 - 4i$ et A' le point image du point A par R.*

a. *Calculer l'affixe du point A'.*
b. *Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation R.*
c. *Déterminer et construire l'ensemble (Γ') image du cercle (Γ) par la similitude R.*

Problème : « 10 points »

La partie A, est largement indépendante aux deux dernières parties B et C.

Partie A** : **Equation différentielle

On considère l'équation différentielle notée (E), suivante : $\mathbf{4y'' + 4y' + y = 0}$.

1. *Déterminer le réel **m** pour que la fonction U définie par $U(x) = e^{mx}$, deux fois dérivable sur IR, soit solution de (E)*
2. *Vérifier que la fonction $V(x) = x\,e^{mx}$ est aussi solution de (E).*
3. *Montrer que la fonction W définie par, $W(w) = \mu U(x) + \beta V(x)$, avec μ et β des constantes réels, est une solution de (E).*
4. *Déterminer la fonction W solution de (E) vérifiant : $W(0) = 1$ et $W(-1) = 0$.*

Partie B :** **Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur IR par :

$$f(x) = (x+1)e^{-\frac{x}{2}}.$$

1. *a)) Dresser le tableau de variation de la fonction f.*
   b)) Etablir l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
   c)) Tracer (T) et (C_f) dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   d)) Calculer la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe des abscisses, les droites d'équation respective $x = 0$ et $x = 1$.
2. *soit g la fonction définie sur l'intervalle $K = [1 ; 2]$ par : $g(x) = f(x) - x$.*
   a. *Etudier le sens de variation de g sur l'intervalle K.*
   b. *En déduire que l'équation $g(x) = x$, admet une solution unique, notée α, dans l'intervalle K.*
3. *Montrer que pour tout réel x de l'intervalle K, on a, $f(x) \in K$ et que $|f'(x)| \leq \dfrac{1}{2\sqrt{e}}$.*

***Partie C** : **Valeur approchée de** α.*

(U_n), pour tout entier naturel n, étant la suite définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = f(U_n)$$

1. *Sur le repère précédent, représenter les termes U_0, U_1, U_2 et U_3.*
2. *Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a : U_n appartient à l'intervalle K.*
3. *a. Etablir que, pour tout entier naturel n, on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \dfrac{1}{2\sqrt{e}}|U_n - \alpha|$.*

   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $|U_n - \alpha| \leq \left(\dfrac{1}{2\sqrt{e}}\right)^n$.
4. *Déterminer alors la limite de la suite (U_n).*
5. *Trouver le plus petit entier naturel p tel que U_p soit une valeur approchée de α à 10^{-1} près.*