EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1:

On considère les nombres complexes : $z_1 = -3 + i\sqrt{3}$ $\quad z_2 = 1 - i$ $\quad z_3 = \dfrac{2}{z_2}$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Mettre le nombres z_3 sous forme algébrique .
2. Calculer le module et un argument de z_1, z_2 et z_3 , puis en déduire leur forme trigonométrique.
3. Placer les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3 .
4. Démontrer que le triangle BOC est rectangle en O.
5. Déterminer l'affixe z_4 du point D pour que le quadrilatère OADC soit un parallélogramme.
   on mettra le nombre complexe z_4 sous la forme algébrique.

EXERCICE 2 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation : $x^2 - 4x - 5 = 0$
2. En déduire la résolution, dans l'ensemble des nombres réels, des équations suivantes :
   $(\ln x)^2 - 4\ln x - 5 = 0$; $\ln(x-3) + \ln(x-1) = 3\ln 2$

PROBLÈME :

Dans tout le problème, le plan P est rapporté à un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x+2+\ln x}{x}$

Partie A

1. Il semble que l'axe des ordonnées soit asymptote à la courbe $\mathcal{C}$. Le prouver par le calcul.
2. a) Vérifier que pour tout x de $]0;+\infty[$, $f(x) = 1 + \dfrac{2}{x} + \dfrac{\ln x}{x}$
   b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   c) En déduire l'existence d'une asymptote D à la courbe $\mathcal{C}$ Donner son équation et la tracer sur la page
3. a) Prouver que, pour tout x de $]0;+\infty[$ $f'(x) = \dfrac{-1-\ln x}{x^2}$.
   b) Montrer que $f'(x)$ s'annule en changeant de signe en $\dfrac{1}{e}$.
   c) Etablir le tableau de variation de f. Dans ce tableau, on donnera la valeur exacte du maximum de f.
   d) Tracer La courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Partie B

1. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x+2}{x}$ et $\mathcal{H}$ la courbe représentative de g
   a) Etudier rapidement la fonction g sur $]0;+\infty[$ (dérivée, limites, tableau de variation).
   b) Donner les équations des deux asymptotes de la courbe $\mathcal{H}$.
2. a) Calculer $f(x) - g(x)$ et étudier son signe.
   b) Montrer que les deux courbes $\mathcal{C}$ et H se coupent en un point K d'abscisse 1.
   c) Etudier la position relative des deux courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{H}$.
   Placer le point K et construire la courbe H dans le repère précédent.

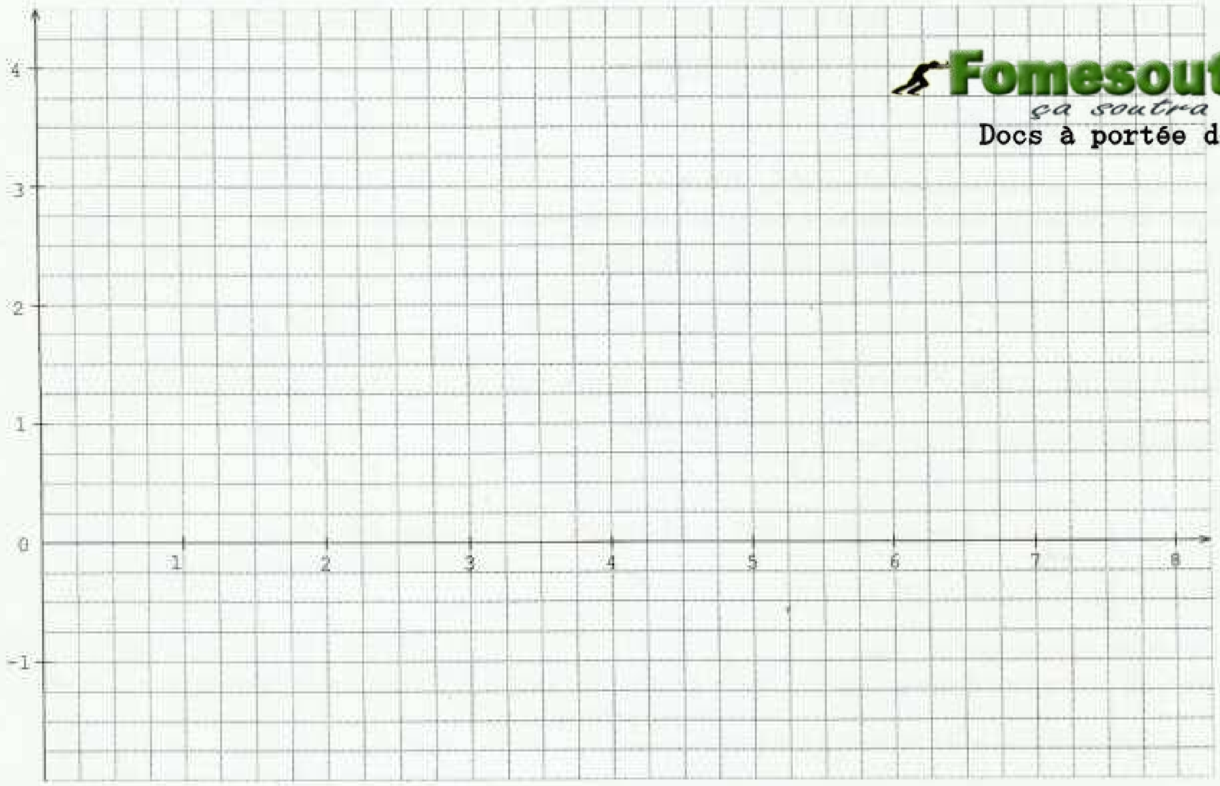
Annexe problème

SEMINAIRE DE FORMATION AU BAC 2014 PROF : [redacted] 01710371

SERIE : $F_{1-2-3-4}$ **IST ADAMA SANOGO** **SUJET TEST 13**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

x	0,1	0,2	0,5	1	2	2,5	3	4	5	7	8
$g(x)$											
$f(x)$											



Annexe exercice 1