UP. 01/ ABOBO

BACCALAUREAT BLANC
SESSION FEVRIER 2016
Sujet B

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

COEFFICIENT : 4
Durée : 3h

SERIE F2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotés ½ et 2/2.
Chaque candidat devra se munir de deux papiers millimétrés. Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées

EXERCICE 1

On considère le nombre complexe $Z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1. Ecrire sous forme algébrique Z^2
2. Déterminer le module et un argument de Z^2
3. Uniquement à partir du module et l'argument de Z^2 déduire le module et un argument de Z
4. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$
5. En utilisant ce résultat résoudre dans $\left]-\pi;\pi\right]$ l'équation : $\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = 1$

EXERCICE 2

On considère les intégrales I et J définies par $I = \int_0^{\pi} x(\cos x)^2$ et $J = \int_0^{\pi} x(\sin x)^2 dx$

Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs exactes de ces intégrales sans les calculer.

1) Déterminer la valeur exacte de $I + J$.

2) On se propose dans cette question de rechercher de la valeur exacte de $I - J$.

a. Démontrer que $I - J = \int_0^{\pi} x\cos(2x)dx$

b. On appelle f la fonction numérique définie sur l'ensemble R des nombres réels par :
$f(x) = \frac{1}{2}x\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x)$.

c. Démontrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = x\cos(2x)$

d. En déduire la valeur exacte de $I - J$.

3) A l'aide des questions précédentes, déterminer les valeurs exactes des intégrales I et de J.

PROBLEME

PARTIE A.

Soit la fonction f définie par $h(x) = \ln|x| - 1 - \frac{9}{2}x^2$

1. **1.** Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.
2. **2.** Réécrire la fonction h sans le symbole « valeur absolu »
3. **3.** Etudier la parité de la fonction h.
4. **4.** Que pouvez-vous conclure ?

Dans la suite on étudiera la restriction de la fonction happelé g sur l'intervalle $]0;+\infty[$

On considère la fonction gdéfinie sur l'intervalle $I =]0;+\infty[$ par : $g(x) = \ln x - 1 - \frac{9}{2}x^2$

(où ln désigne le logarithme népérien).

5. **5.** Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$. Etudier son signe sur $]0;+\infty[$
6. **6.** Etudier le sens de variation de la fonction g (on ne demande pas les limites en 0 et en $+\infty$).
7. **7.** En déduire pour tout $x \in]0;+\infty[$ le signe de g(x).

PARTIE B.

On se propose d'étudier la fonction f définie sur] 0 ; +∞[par : $f(x) = -9x + 5 - \frac{2\ln x}{x}$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. **1.** Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote que l'on précisera.
2. **2.** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. **3.** soit (Δ)la droite d'équation $y = -9x + 5$. On considère la fonction h définie sur $]0;+\infty[$

par $h(x) = f(x) - (-9x + 5)$.

   a. Démontrer que(Δ)est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
   b. Calculer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{C}$ et Δ
   c. Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et Δ sur]0 ; +∞[

4. **4.** a. Calculer f '(x) pour tout $x \in]0;+\infty[$. f' est la fonction dérivée de la fonction f

   b. Vérifier que pour tout xde]0 ; +∞[: f '(x) = $\frac{2g(x)}{x^2}$.

5. **5.** Déduire de la partie A le sens de variation de f sur]0 ; +∞[.
6. **6.** Démontrer qu'il existe un seul réel α de l'intervalle $\left[\frac{1}{2};1\right]$ tel que $f(\alpha) = 0$.
7. **7.** Déterminer une équation de la tangente $(\mathscr{T})$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1.
8. **8.** Tracer $\mathscr{C}$, $(\mathscr{T})$ et les asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.On donne $\alpha \approx 0,75$