EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Pour des tâches comparables, différentes entreprises offrent les rémunérations (en milliers de francs) notés X_i. Pour effectuer ces tâches, on a vu se présenter un nombre de candidats noté Y_i.

X_i	520	525	530	535	540
Y_i	12	15	19	21	23

1- Représenter le nuage de points Mi (Xi ; Yi) dans un repère orthogonal.
Echelle : En abscisse : 1 cm pour 5 mille, à partir de 510 mille.
En ordonné : 1 cm pour 1 candidat à partir de 10 candidats

2- Calculer :
   a- La variance de X.
   b- La variance de Y.
   c- La covariance de (X, Y).
   d- En déduire le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y. La valeur trouvée justifie-t-elle un ajustement affine ?

3- Déterminer une équation de la droite de régression (D) de Y en X.

4- Si on garde la même tendance, estimé à l'aide de la droite (D) le nombre de candidats qui se présenteront si on offre une rémunération de 600 000 F.

EXERCICE 2

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$,
   a) L'équation $-x^2 - x + 2 = 0$.
   b) L'inéquation $-x^2 - x + 2 \geq 0$.

2- En se servant de la question 1, résoudre dans $\mathbb{R}$,
   a) L'équation $(E) -(lnx)^2 - (lnx) + 2 = 0$.
   b) L'inéquation $(I) -(lnx)^2 - (lnx) + 2 \geq 0$.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]\mathbf{0};+\infty[$par $\mathbf{g(x) = 2x^2 + 1 - lnx}$.

1. Etudier les variations de g puis dressez son tableau de variation (on ne demande pas de calculer les limites)
2. En déduire que pour tout x élément de $]\mathbf{0};+\infty[, \mathbf{g(x)} > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur$]\mathbf{0};+\infty[$par $\mathbf{f(x) = 2x - 1 + \frac{lnx}{x}}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer les limites de f en o à droite et en $+\infty$.
2. On admet que f est dérivable sur$]0;+\infty[$.
   a) Démontrer que pour tout x de $]0;+\infty[$ on a $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
   b) Déduire de la partie A les variations de f puis dressez son tableau de variation.
   c) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
   d) Démontrer que l'équation $\mathbf{f(x) = 0}$ admet une solution unique que l'on notera α tel que 0,7 <α< 0,8.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation y = 2x – 1 est une asymptote à (C) en $+\infty$.
   b) Etudier les positions relatives de (C) et (D).
4. construire (T) ; (D) et (C) dans le repère.