SECRETARIAT D'ETAT CHARGE DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

****

DIRECTION REGIONALE DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE GAGNOA

****

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION 2021

Coefficient : 4

Durée : 4H00

M A T H E M A T I Q U E S

SERIE F

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2, 2/2

EXERCICE 1

On considère la fonction g définie par : g(x) = $\frac{X-3}{X-|X|}$

1. Etudier la dérivabilité de la fonction g définie en 0.

2. déterminer la tangente à gauche et la tangente à droite en 0 à la courbe de g dans le plan muni d'un repère.

EXERCICE 2

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}\, vers\, \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$

1-a) Déterminer Df

1-b) Déterminer trois réels a , b et c tels que l'on ait $x \in Df$ et

$f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x+2}$

2- Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{\sin x}{conx + sinx}$

2-a) Démontrer qu'il existe deux réels A et B tel que l'on ait $x \in Dg,$

$$g(x) = A + \frac{cos(x) - \sin(x)}{\cos(x) + \sin(\mathrm{x})} \times B$$

En déduire une primitive de la fonction g.

PROBLEME

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable sur $]0; +\infty[$ et définie par :

$f(x) = 2x - 3 + \frac{lnx}{x}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par :

$g(x) = 2x^2 + 1 - lnx$.

1. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation.

   (on ne demande pas de calculer les limites)

2. Justifier que : $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[\ , g(x) > 0$

Partie B

1.a) Calculer la limite de f $en + \infty$

b) Déterminer la limite de f en 0 puis interpréter graphiquement le résultat.

2.a) Démontre la droite (D) d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

b) Préciser la position relative de (C) par rapport à (D).

3.a) Démontrer que pour tout nombre réel strictement positif x , $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

c) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est $y = 3x - 4$.

4.a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique a.

c) Justifier que $1,3 < a < 1,4$.

Partie C

On pose pour tout nombre réel x strictement positif :

$\Psi(x) = f(x) - (3x - 4)$ et $h(x) = -x^2 + 1 - lnx$.

1.a)Déterminer le sens de variation de h sur $]0;+\infty[$

b) Calculer $h(1)$ puis justifier que $\forall x \in\ ]0;1[, h(x) > 0$ et $\forall x \in\ ]1;+\infty[,\ h(x) < 0$.

2.a) Démontrer que $\forall x \in\ ]0;+\infty[\ ,\ \Psi'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$.

b)Etudier les variations de Ψ puis en déduire le signe de $\Psi'(x)$ suivant les valeurs de x.

3. Construire la courbe (Cf) et les asymptotes.