**SESSION NORNALE 2005**

**Exercice 1**

Pour la coupe du monde Japon Corée la FIFA a confié à une chaîne de restauration la confection des repas des délégations.
Les menus proposés sont composés d'entrées, de plats de résistance, et de desserts.
Sur les cartes, on lit la répartition suivante :

- ✓ 5 entrées au choix : 2 au prix de 3 euros ; 3 au prix de 6 euros
- ✓ 4 plats de résistance au choix : 1 au prix de 9 euros ; 2 au prix de 12 euros ;1 au prix de 6 euros
- ✓ 3 desserts au choix : 2 au prix de 3 euros ;1 au prix de 6 euros

1- Un délégué compose son menu en choisissant au hasard une entrée, un plat de résistance de résistance et un désert.
Combien a-t-il de façons de composer son menu sans limitation de budget ?
2- Un délégué africain a un budget maximum de 21 euros par repas.
De combien de façons possibles peut-il composer son menu ?
3- Un délégué qui veut faire des économies a plafonné son budget à 18 euros par repas.
De combien de façons peut-il composer son menu ?

**Exercice 2**

Compte tenu du grand nombre d'accidents sur le boulevard Valérie Giscard d'Estaing .
L'OSER a en projet la construction d'une passerelle enjambant cette grande voie, au niveau de L'IVOSEP à Treichville.
Pour cela, l'OSER a mené sur 5 ans, une étude portant sur le nombre de piétons qui traversent ce boulevard à l'endroit indiqué plus haut.

| Années | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de piétons $z_i$ | 7550 | 9235 | 10741 | 12837 | 15655 |

1- Reproduire, puis compléter ce tableau en ajoutant la ligne $y_i = \ln(z_i)$ et la ligne du rang xi de l'année (donner l'arrondie d'ordre 3 de yi ).
2- Calculer :
a) La variance de X et la variance de Y ;
b) La covariance de, X et Y
c) Le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y. La valeur de r justifie t-elle un ajustement affine ?
3- Déterminer pas la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de X en Y.
4- L'OSER estime que la construction de cette passerelle ne se justifie que si le nombre des piétons qui traversent le boulevard atteint 16 165. A partir de quelle année peut- on l' on construire cette passerelle si l évolution du nombre de piétons se maintient ?

**Exercice 3**

**Partie A**

Soit f la fonction définie de IR vers R par $f(x) = x + 1 + \ln x$

1- Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de f .
2- Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$
3- Etudier le sens de variation de f sur $D_f$ et dresser son tableau da variation.
4. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ que l'on notera,
b) calculer $f(0,2)$ et $f(0,3)$ en déduire que $\alpha \in ]0,2;0,3[$
c) Déduire de ce qui précède le signe de $f(x)$

**Partie B**

Soit g la fonction $g(x) = x^2 + 1 + 2x\ln x$
On désigne par (C), la courbe de g dans un repère orthogonal (0, I, J) d'unité graphique $OI = 4cm$ et $OJ = 2cm$
1- Déterminer l'ensemble de définition $D_g$ de g.
2- Calculer la limite de g en 0 et la limite de g en $+\infty$ .

3- a) Sachant que g est dérivable sur $D_g$, calculer $g'(x)$ pour tout $x$ élément de $D_g$.

b) Démontrer que $g'(x) = 2f(x)$ pour tout $x$ élément de $D_g$.

c) En déduire le tableau de variation de g.

4- a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

b) Tracer (C) et (T) dans le repère $(O, I, J)$

5- a) Soit h la fonction définir sur $]0;+\infty[$ par : $h(x) = x^2 \ln x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x$

Démontrer que h est une primitive de g sur $]0;+\infty[$

a-Soit S la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite $(OI)$ et les droites d'équation $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$

.Calculer 1'aire$\mathcal{A}$ en $cm^2$