Session Normale 2011

Exercice 1

Le clavier d'une calculatrice de poche comporte les touches suivantes :

0	1	2	3	4	+	-
5	6	7	8	9	x	÷

Un enfant tape successivement 3 touches.

1- Calculer le nombre de possibilités de taper 3 touches.
2- Calculer le nombre de possibilités de taper 3 chiffres distincts.
3- Calculer le nombre de possibilités de taper 3 touches distinctes.
4- a) Donner deux exemples d'opération de multiplication dont le résultat est 6.
b) Calculer le nombre de possibilités de taper une opération de multiplication.
5- Calculer le nombre de possibilités de taper une opération de multiplication dont le résultat est zéro.

Exercice 2

De l'année 2004 à l'année 2009, on a observé la communication annuelle moyenne d'électricité à Abidjan. Les résultats de cette observation sont consignés dans le tableau suivant :

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année X	1	2	3	4	5	6
Consommation en centaines de GWh	34	37	41	44	47	52

NB : 1 GWh = 1 giga wattheure.

1-a) représenter graphiquement le nuage de point dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J) :
Echelle : abscisse : $2\text{cm} \leftrightarrow 1\text{annee}$; ordonnée : $1\text{cm} \leftrightarrow 1$ centaine de GWh
b) Peut-on faire un ajustement linéaire ? Justifier.
2-Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et placer G dans ce nuage de points.
3-a) Calculer la variance V(X) de X.
b) Calculer la variance V(Y) de Y.
c) Calculer la covariance cov(X, Y) de X et Y.
4-a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y.
b) Ecrire une équation de la droite de régression de y en x.
5-On admettra qu'une équation de la droite de régression de y en x est $y = 3{,}51x + 30{,}2$.
a)Estimer la consommation en électricité de la ville d'Abidjan en 2010.
b) On estime que la production d'un GWh engendre un coût d'entretien de 200 000 Frs CFA.
Calculer le coût d'entretien correspondant à la consommation de l'année 2010 pour cette ville.

Problème

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = e^x(1-x) + 1$

1-Calculer $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$
2-Calculer la dérivée g' de g.
3-Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
4-a) Démontrer que l'équation *g(x) = 0* admet une solution unique α dans l'intervalle [1,27 ; 1,28].
b) En déduire que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;\alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]-\infty;\alpha[, g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x}{e^x+1} + 2$

Soit (C_f) la représentation graphique de *f* dans un repère orthogonal (O, I, J)

Unités graphiques : 1 cm sur (OI) et 2 cm sur (OJ).

1- Déterminer la limite de *f* en $+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.
2- a) Déterminer la limite de *f* en $-\infty$.

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$.

c) Etudier la position relative de $\left(C_f\right)$ par rapport à (Δ).

3- a) Calculer la dérivée f' de f montrer que $\forall x \in R, f'(x) = \dfrac{g(x)}{\left(e^x + 1\right)^2}$

b) En déduire le signe $f'(x)$ et donner le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) démontrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$.

4-Tracer la courbe $\left(C_f\right)$ et ses asymptotes dans le repère (O, I, J)