

SESSION NORMALE 2007

Exercice 1

A la faveur de la coupe du monde 2006 en Allemagne, le responsable d'une compagnie aérienne allemande veut proposer un parcours en boucle partant de l'Allemagne, faisant escale dans chacun des pays africains

(Côte d'Ivoire, Ghana, Togo, Angola, Tunisie) et finissant en Allemagne.

- 1- Déterminer le nombre total de trajets qu'il peut établir
- 2 – Combien y a-t-il de trajets ayant la Côte d'Ivoire comme premier pays d'escale ?
- 3- Combien y a-t-il de trajets pour lesquels l'escale en Cote d'Ivoire a lieu avant celle du Ghana ?
- 4- Combien y a-t-il de trajets pour lesquels le premier escale a lieu dans l'un des trois pays de l'Afrique de l'Ouest ?
- 5- Pour des raisons économique le responsable décide de proposer un trajet dont les escales dans les pays de l'Afrique de l'Ouest ont lieu avant celles des autres pays .Combien de trajets peut-il établir ?

Exercice 2

Une enquête réalisée par le ministère de la santé publique portant sur le nombre moyen de patients par mois et l'effectif du personnel soignant dans huit cliniques de la ville d'Abidjan a donné les résultats suivant :

Cliniques	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
Effectif du personnel soignant x_i	10	17	22	23	27	30	34	37
Nombre moyen de patient par mois y_i	48	80	95	104	133	145	153	170

- 1 – Construire le nuage des points M correspondant à cette série statistique.

En Abscisse 1cm ↔ 4personnes; En Ordonnées 1cm ↔ 20patients

- 2- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer dans le repère
- 3- Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la double et vérifier qu'un ajustement affine est justifié.
- 4- Justifier que la droite de régression de y en x a pour équation $y = 4,6x + 1$
(On utilisera l'arrondi d'ordre 2 pour les calculs).
- 5- L'effectif du personnel soignant d'une clinique est égal à 45.
A combien peut-on estimer le nombre moyen de patients de cette clinique ?
- 3- Sachant qu'en moyenne chaque patient rapporte 15 000 F à la clinique et que les charges totales de la clinique s'élèvent à 60% du chiffre d'affaires, calculer le bénéfice moyen net dans le mois d'une clinique ayant reçu 208 patients.

Problème

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - xe^{-x}$

- 1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ (On remarquera que $xe^{-x} = \frac{x}{e^x}$)

b) Soit g' la fonction dérivée de la fonction g .

Calculer et étudier pour tout x élément de $]0; +\infty[$ le signe de $g'(x)$

c) Etablir le tableau de variation de la fonction g .

- 2- En utilisant le tableau de variation de la fonction g , démontrer que $\forall x \in]0; +\infty[, g(x) > 0$

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = e^{-x} + \ln x$

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 4 cm.

1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu. .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- Soit f' la fonction dérivée de f .

a) Calculer pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x)$ et Justifier que : $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

b) En utilisant la question 2 de la partie A, déterminer le signe de $f'(x)$

c) Etablir le tableau de variation de la fonction f .

3 a) Démontrer que l'équation $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = 0$ admet une solution unique qu'on notera α .

b) Justifier que $0,5 < \alpha < 0,6$

3- a) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$						

b) Construire la courbe (C) dans le repère (O, I, J) .

Partie C

Soit G la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $G(x) = x \ln x - x$

a) Calculer $G'(x)$

b) Déterminer une primitive F de f sur $]0; +\infty[$

2) calculer en cm^2 la valeur exacte puis l'arrondi d'ordre 1 de l'aire S de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisse la courbe (C) les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.