

Session Normale 2009

Exercice1: Dénombrement

Le CHU (centre hospitalier et universitaire) de cocody dispose de deux de parkings.

Un parking protégé A et un parking non protégé B.

9 personnes au volant de leurs voitures arrivent au même moment et s'adressent au responsable du parking A pour garer leur voiture.

1/sachant qu'il ne reste que 5 places disponible dans le parking A

a)déterminer le nombre de possibilités de choisir les 5 véhicules que le responsable peut faire garer dans le parking.

b) les places disponibles étant numérotées, déterminer le nombre de possibilités de garer les 5 voitures.

2/les 4 autres personnes se sont dirigées au parking qui dispose de 10 places libres numérotées.

Déterminer le nombre de possibilités pour les quatre autres personnes de garer leur véhicule.

Exercice 2 Statistiques

A cause de la propagation de la grippe aviaire (maladie du poulet due au virus H5N1) dans les pays de l'Afrique de l'ouest les fermes avicoles ont de plus en plus de difficultés à écouler leurs productions. Le prix unitaires des poulets chute chaque mois et la demande aussi.

Pour suivre cette évolution afin d'anticiper d'éventuelles pertes le responsable de la ferme industrielle ANOUANZE d'Ebilassokro a recueilli sur les derniers mois consécutifs les informations regroupées dans le tableau suivant

Le prix unitaire en centaine de francs CFA du poulet.	30	26	28	27	26	25	24	23
Le nombre en centaine de poulet	70	69	66	63	62	60	58	57

1) représenter le nuage de points associés a cette série .Origine A (20 ; 55)

Echelle 2cm pour une centaine de francs sur

1cm pour une centaine de poulet sur

2) a- Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.

b- Calculer

c- Calculer la covariance

d- Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre les variables .Vérifier que la valeur r justifie un ajustement linéaire du nuage de points.

3) Justifier qu'une équation de la droite de régression de est :

(Les coefficients ont été arrondis à l'ordre 2)

4) le coût de production d'un poulet s'élève a 1000 FCFA et les charges fixes mensuelles de la ferme a

2000000 f CFA. Ce mois - ci le prix unitaire de vente d'un poulet est de 2000 f CFA (20 centaines de f Cfa)

a- En utilisant l'équation de la droite de régression de obtenue a la question 3, calculer le nombre de poulet que la ferme pourrait vendre

b-en fait la ferme a produit 6000 poulets et on a vendu 5027.Calculer le bénéfice réaliser par la ferme.

Problème

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$

1- a) Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R}, 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

b) Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$

2- démontrer que
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -\ln 2[\cup]\ln 2; +\infty[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]-\ln 2; \ln 2[, g(x) < 0 \end{cases}$$

Partie B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x + 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormée (O, I, J) d'unité 1 cm.

1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .

2- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (On pourra remarquer que $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^x}{e^x - 1} = \frac{1}{1 - e^{-x}}$)

3- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus à la question 3-a précédente.

4- Démontrer que la droite (Δ_1) d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$. On admettra que la droite (Δ_2) d'équation $y = 2x + 2$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$.

5- On considère par f' la fonction dérivée de f .

a) Calculer pour tout $x \neq 0$ $f'(x)$ et justifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$

b) Dédurre de la question 2 de la partie A le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x ainsi que les variations de la fonction f .

c) Etablir le tableau de variations de la fonction f .

6- Démontrer que $\Omega(0, \frac{5}{2})$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f)

7- Représenter graphiquement dans le repère orthonormée (O, I, J) , les droites (Δ_1) ; (Δ_2) et la courbe (C_f)

Partie C

1- Justifier que la fonction F telle que $F(x) = x^2 + 2x + \ln(e^x - 1)$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$

2- Déterminer en cm^2 la valeur exacte puis l'arrondi d'ordre 2 de l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \ln 2$ et $x = \ln 4$