

Exercice 1

Le club informatique d'un lycée comprend 14 membres dont 8 garçons et 6 filles .5 garçons et 2 filles de ce club sont membres d'un syndicat.

1-On veut élire dans ce club un bureau comprenant un président, un vice président, une secrétaire, un trésorier et un commissaire aux comptes.

- a) De combien de façon peut on former ce bureau ?
- b) De combien de façon peut on former ce bureau si le poste de trésorier doit revenir à une fille ?
- c) L'élève Kouakou du club se refuse d'être dans un même bureau que des membres militant d'un syndicat.

De combien de façon peut on alors former ce bureau

2-Pour la formation de ses membres, ce club décide d'envoyer 5 membres en stage ?

- a) De combien de façon peut on choisir ces 5 membres ?
- b) De combien de façon peut on choisir ces 5 membres, si au moins une fille doit être dans le groupe ?
- c) On décide d'envoyer en stage 3 garçons et 2 filles ; Combien y a t-il alors de choix possibles ?

Exercice 2

Dans le cadre d'une lutte contre la pauvreté une ONG accorde des subventions annuelles à une coopérative de vivriers pour la culture de tomates. Le tableau ci-dessous donne pour dix années, les subventions annuelles x_i (en millions de francs CFA) les productions annuelles y_i (en tonnes) correspondantes.

x_i	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y_i	30	33	50	40	50	70	60	75	90	80

1-Construire le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère orthogonal

Echelle {Abscisse : 1cm ↔ 1 million de FCFA - Ordonnée : 1cm ↔ 10 tonnes

2-a) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique et placer G dans ce nuage de points.

- b) Calculer la variance $V(x)$ de x , la variance $Y(x)$ et la covariance $cov(X, Y)$ de x et y
- c) Déterminer une équation de la droite de régression de par la méthode des moindres carrés
- d) Tracer la droite (D)

3-a) Selon l'ajustement précédent, à combien peut on estimer la production annuelle par une subvention de 15 millions de franc CFA ?

b) L'estimation précédente est elle bonne ? Justifier.

Problème

Partie A

Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 3 - x - \ln x$

1-Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2-Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f .

3-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0; +\infty[$

4-Justifier que $\alpha \in [2; 3]$

5-Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeur de x .

Partie B

Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(2 - \ln x)$

1- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$

2-a) Calculer la dérivée g' de g et montrer que $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$

b) En déduire les variations de g puis dresser le tableau de variations de g

3-Démontrer que $g(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$

4-Etudier le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

Partie C

1-Démontrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $g(x) = 2 - \ln x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x} \ln x$

2-Soit la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = -x + \ln x$

a) Calculer h' et en déduire une primitive de la fonction $x \mapsto -\ln x$ sur $]0; +\infty[$

b) Déterminer donc une primitive de g sur $]0; +\infty[$

3-Calculer $I = \int_1^e g(x) dx$