BACCALAUREAT BLANC N°2
SESSION AVRIL 2013

Coefficient : 4
Durée : 3h

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte pages. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
Le candidat devra se munir de 2 papiers millimétrés

EXERCICE 1

4 pts

$F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to x^2 - 1$

1- Etudier le sens de variation de f et établir sur le tableau de variation 1,25

2- Etudier la parité de la fonction f 0,5

3- Construire la représentation graphique (Cf) de f 0,5

4- Trouver les images respectives des intervalles suivants :
$[0\,;1]$; R+ ; R- ; $[-1\,;1]$; $[-1\,;1[$, $]-1\,;2]$ et R 1,75

EXERCICE 2

7 pts

Une école technique comptait en 2007 soixante-dix élèves de la Terminale G2. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'élèves en fonction du rang de l'année.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'élèves y_i	66	104	130	207	290	345	428

On cherche l'évolution du nombre y des élèves en fonction du rang x de l'année. Une étude graphique montre qu'un ajustement affine ne convient pas.

On pose alors $z = \sqrt{y} - 3$

On donnera les résultats sous forme decimale, arrondis au centième près.

1. Recopier compléter le tableau suivant. 1,5

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12						

2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;\,z_i)$ associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unité graphique 1 cm. Un ajustement affine vous pourrait-il approprié ? Justifie la réponse. 0,5 + 0,5

3. Déterminer le point moyen G et le représenter dans le repère. 1 + 0,25

4. a. Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression linéaire de z en x. Tracer cette droite sur le graphique précédent. 3

b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre les variables x et z et justifier l'existence d'une forte corrélation. 1

5. En utilisant cet ajustement, à partir de quelle année peut-on prévoir que l'effectif de cette école dépassera 900 élèves de Terminale G2. 0,75

EXERCICE 3 (10 pts)

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=\frac{x^3-2}{x+4}$

1. a. Déterminer D_f et calculer la fonction dérivée de f sur D_f 0,25 + 0,25

b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f 1,5

2. On considère g la fonction définie sur R par $g(x)=2x^3+12x^2+2$

a. Etudier les variations de g sur R et en déduire que pout tout $\forall x\in R,\ g(x)=0$, admet une solution unique α 2

b. En déduire que $-6{,}03\le\alpha\le-6{,}02$ 0,5

c. Montrer que $\begin{cases}\forall x\in\left]-\infty;\alpha\right], g(x)\le 0\\ \forall x\in\left]\alpha;+\infty\right], g(x)\succ 0\end{cases}$ 1

4- Déduire des questions précédentes le signe de $f'(x)$ sur D_f, le sens de variation puis le tableau de variation de f 1+0,5

5- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ces résultats 0,25 + 0,25

6- Démontrer que la droite d'équation verticale x=-4 est une asymptote verticale à (C_f) 0,25

7- Montrer que $f(\alpha)=\frac{-3(1+2\alpha^2)}{\alpha+4}$ 0,25

8- Montrer que f réalise une bijection de]-4 ; + ∞[sur un intervalle K que l'on précisera. 0,

9- Calculer f(2) et en déduire $(f^{-1})'(1)$ 0,25

10-Déterminer l'équation de la tangente (Δ) au point d'abscisse 2 et le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées 0,25 + 0,25

11. Construire (Δ) et (C_f) 0,25 + 0,25

On prendra OI = 1 cm ; OJ = 0,1cm