CORRECTION DU BEPC BLANC DU LYCÉE SAINTE MARIE SESSION FEVRIER 2011 MATHS

EXERCICE 1

1) $A = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} : \frac{6}{11}$

$A = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{11}{6}$ (la division est prioritaire sur l'addition)

$A = \frac{7}{5} + \frac{33}{30}$

$A = \frac{7}{5} + \frac{11}{2}$

$A = \frac{14 + 55}{10}$

$A = \frac{69}{10}$

2) $B = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}$

$B = \frac{4 \times 12}{3} \times \frac{10^{14}}{10^{11}}$ (on simplifie)

$B = \frac{48}{3} \times \frac{10^{11} \times 10^{3}}{10^{11}}$

$B = 16 \times 10^{3}$

$B = 1,6 \cdot 10^{4}$

EXERCICE 2

On donne $C = 2\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$

$D = \frac{-2}{4 - 3\sqrt{2}}$

1) Ecrivons C sous la forme $a\sqrt{b}$

$C = 2\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$

$= 2\sqrt{3 \times 9} - \sqrt{3 \times 4} + \sqrt{3 \times 25} - \sqrt{3 \times 16}$

$= 2\sqrt{9} \times \sqrt{3} - \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{25} \times \sqrt{3} - \sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$= 2 \times 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$= 11\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$C = 5\sqrt{3}$

$D = \frac{-2}{4 - 3\sqrt{2}}$

$D = \frac{-2(4 + 3\sqrt{2})}{(4 - 3\sqrt{2})(4 + 3\sqrt{2})}$

$D = \frac{-8 - 6\sqrt{2}}{16 - 9 \times 2}$

$= \frac{-8 - 6\sqrt{2}}{16 - 18}$

$= \frac{-8 - 6\sqrt{2}}{-2} \Rightarrow D = 4 + 3\sqrt{2}$

EXERCICE 3

$E(x) = (x-3)(2x+5) + x^2 - 9$

1) $E(x) = 2x^2 + 5x - 6x - 15 + x^2 - 9$

$E(x) = 3x^2 - x - 24$

2) Développons $(x-3)(3x+8)$

$(x-3)(3x+8) = 3x^2 + 8x - 9x - 24$

$= 3x^2 - x - 24$

donc $E(x) = (x-3)(3x+8)$

3) a- $F(x) = \dfrac{E(x)}{x^2-9}$

F existe pour $x^2 - 9 \neq 0$

$x^2 - (3)^2 \neq 0$

en s'inspirant de l'identité remarquable

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$x^2 - (3)^2 \neq 0$

$(x+3)(x-3) \neq 0$

$x+3 \neq 0$ ou $x-3 \neq 0$

$x \neq -3$ ou $x \neq 3$

Une valeur numérique de $F(x)$ pour tout $x \neq -3$ et $x \neq 3$.

b- $F(x) = \dfrac{E(x)}{x^2-9}$

$F(x) = \dfrac{(x-3)(3x+8)}{(x+3)(x-3)}$

$F(x) = \dfrac{3x+8}{x+3}$ pour $x \neq -3$ et $x \neq 3$.

c- Pour $x = -2$

$F(-2) = \dfrac{3\times(-2)+8}{-2+3}$

$F(-2) = \dfrac{-6+8}{+1}$

$F(-2) = \dfrac{2}{1}$

$F(-2) = 2$

EXERCICE 4

1) ABC est un triangle rectangle car il est inscrit dans un demi-cercle et qui a pour diamètre un de ses côtés.

2) a- $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$ (en considérant ABC)

$\cos \widehat{BAC} = \frac{AH}{AC}$ (en considérant AHC)

b. On a donc

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$$

$$AC \times AC = AH \times AB$$

$$AC^2 = 1 \times 9 \quad (cm)$$

$$AC^2 = 9$$

$$AC = \sqrt{9}$$

$$AC = 3\ cm$$

c) $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0{,}3333$

Selon la table trigonométrique $\cos 70° = 0{,}342$ et $\cos 71° = 0{,}326$

$$0{,}326 < 0{,}333 < 0{,}342$$

$$\cos 71° < \cos \widehat{BAC} < \cos 70°$$

$$70 < mes\ \widehat{BAC} < 71$$

3) a- Selon Thalès

$$\frac{BH}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{EH}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BH}{BA} = \frac{EH}{AC} \quad (\text{avec } BH = AB - AH = 8)$$

$$\frac{8}{9} = \frac{EH}{3}$$

$$9 \times EH = 8 \times 3$$

$$9EH = 24$$

$$EH = \frac{24}{9}$$

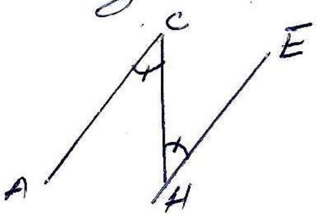
$$EH = \frac{8}{3}$$

$$EH \simeq 2{,}6$$

b- $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CHE}$ sont complémentaires si leur somme est égale à $90°$.
Considérons le triangle AHC rectangle en H : $\widehat{HAC}$ et $\widehat{ACH}$ sont complémentaires.
Or $\widehat{HAC} = \widehat{BAC}$ donc $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACH}$ sont complémentaires.

Montrons que $\widehat{ACH} = \widehat{CHE}$

Les angles $\widehat{ACH}$ et CHE sont deux angles alternes-internes formés par deux droites parrallèles et une sécantes.
Ils sont donc égaux.



Comme $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACH}$ sont complémentaires et que $\widehat{ACH} = \widehat{CHE}$ alors $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CHE}$ sont complémentaires.

c- $\sin \widehat{CHE} = \sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{3}$

PROBLEME

1) a- Première solution

Selon Thalès $\frac{AM}{AB} = \frac{OM}{BC}$

$\frac{6}{12} = \frac{OM}{12}$ (en simplifiant par 12)

$OM = 6$

Deuxième solution

Selon Pythagore $BD^2 = DC^2 + CB^2 = 12^2 + 12^2$

$BD^2 = 2 \times 12^2$

$BD = \sqrt{2 \times 12^2}$

$BD = 12\sqrt{2}$

et $OB = \frac{BD}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

Selon Pythagore $OB^2 = OM^2 + MB^2$

$OM^2 = OB^2 - MB^2$ $(MB = 6)$

$OM^2 = (6\sqrt{2})^2 - (6)^2$

$OM^2 = 72 - 36$

$OM^2 = 36$

$OM = \sqrt{36} = 6$

36

b- Considérons OIM, triangle rectangle en O, on peut dire que :

$IM^2 = IO^2 + OM^2$

$IM^2 = 8^2 + 6^2$ (en cm)

$IM^2 = 64 + 36$

$IM^2 = 100$

$IM = \sqrt{100}$

$IM = 10$ cm

c- Calculons d'abord la surface latérale d'une pyramide (IABCD)

Considérons IAB ; soit l'aire $\mathcal{A}_{IAB}$ de IAB

$$\mathcal{A}_{IAB} = \frac{AB \times IM}{2}$$

$$\mathcal{A}_{IAB} = \frac{12 \times 10}{2}$$

$$\mathcal{A}_{IAB} = 60 \text{ cm}^2$$

La surface latérale du sablier est :

$\mathcal{A}_{latérale} = \pi$

2) a- $V_1 = \frac{1}{3} \mathcal{B} h$ $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{B} = BC^2 = 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \\ h = IO = 8 \text{ cm} \end{array} \right.$

$V_1 = \frac{1}{3} \times 144 \times 8$

$V_1 = 384 \text{ cm}^3$

2) b- « La pyramide SA'B'C'D' (IA'B'C'D') est une de la pyramide SABCD (IABCD) à l'échelle ».

c- $k = \frac{IO'}{IO} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$ (coefficient de réduction)

$V_2 = k^3 V_1 = (0,75)^3 \times 384 = 162$

$V_2 = 162 \text{ cm}^3$

d- Le sablier est constitué de deux pyramides identiques de volume V_1 donc

$V = 2V_1$

$V = 2 \times 162$

$V = 324 \text{ cm}^3$