SOCIETE MATHEMATIQUE
DE COTE D'IVOIRE (SMCI)

Concours Miss Mathématique

Edition de 2008

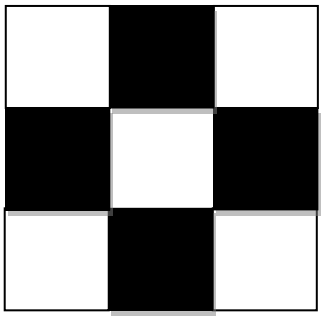
NIVEAU : Troisième

Durée : 2 heures 30 min

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et *3/3*.
Les cinq exercices sont indépendants.

1 RECONCILIATION

On dispose de petits cubes de 1 cm d'arête, des blancs et des noirs. On empile ces cubes de façon à former un cube de 3 cm d'arête en prenant bien soin d'alterner les cubes blancs et les noirs. Toutes les faces du grand cube sont donc disposées comme sur la figure ci-contre.



Le petit cube central du grand cube est noir.

Quel est le nombre de cubes noirs ?

2 PAIX

Le tableau ci-dessous donne la moyenne des salaires mensuels par catégorie des 800 000 fonctionnaires d'un pays.

Catégorie	C	B	A
Moyenne des salaires	75 000	200 000	650 000
Fréquence	80 %	15 %	5 %

1°) Calcule le salaire moyen des fonctionnaires de ce pays.

2°) Face à la hausse généralisée des prix des produits de grande consommation, les fonctionnaires menacent de se mettre en grève et le collectif des syndicats réclame une augmentation de 5% de tous les salaires. Quelle dépense globale cette augmentation entraînerait pour le Gouvernement par mois ?

3°) Le Gouvernement ne peut pas dépenser plus de 2 milliards de francs CFA par mois pour faire face à l'augmentation demandée par les syndicats. Quel est le taux d'augmentation maximum que le Gouvernement peut supporter ?

3 FRATERNITE

La vieille Mariama est une dame charitable. Elle a toujours quelques pièces de monnaie pour chaque mendiant qu'elle rencontre. Aujourd'hui, elle n'a que des pièces de 50 francs dans son porte-monnaie. Elle rencontre un premier mendiant auquel elle donne la moitié de l'argent qu'elle a dans son porte-monnaie plus 50 francs.

Au deuxième mendiant, elle donne la moitié de ce qui reste dans son porte-monnaie plus 100 francs.

Au troisième mendiant, elle donne la moitié de ce qui reste dans son porte-monnaie plus 150 francs. Il ne reste plus alors que 50 francs dans le porte-monnaie.

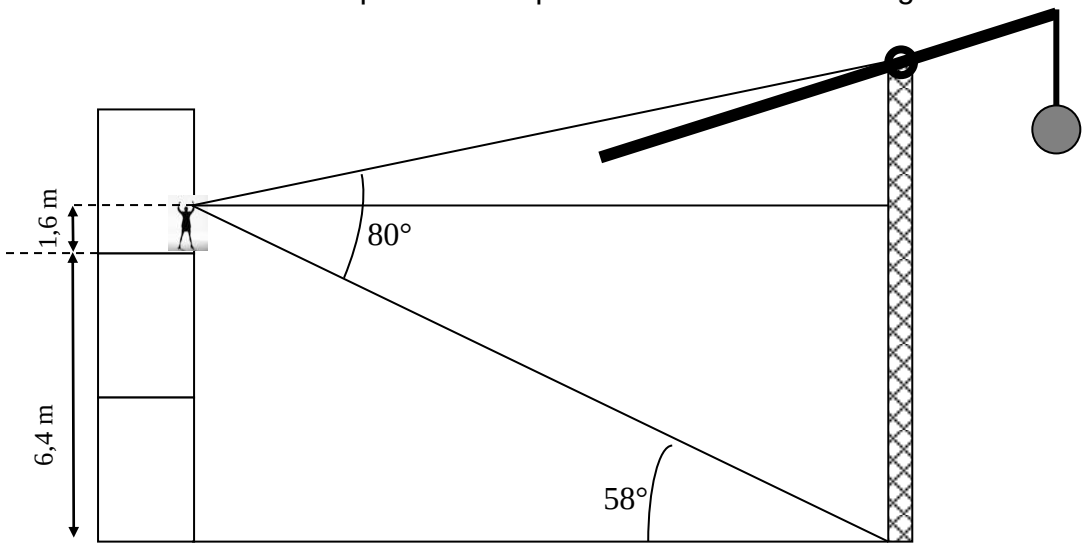
Combien de francs la vieille Mariama a-t-elle donné en tout aux trois mendiants ?

4 SOLIDARITE

La mère de Aya travaille dans un cabinet de géomètre situé au deuxième étage d'un immeuble. En face de cet immeuble, il y a un chantier de construction. Chaque fois que Aya rend visite à sa mère sur son lieu de travail, elle aime rester debout à la fenêtre du bureau, pour regarder, du haut de ses 1,60 mètre, la grande grue installée au milieu du chantier.

Un des géomètres du cabinet a remarqué l'intérêt de Aya pour la grue. Il lui explique alors que de sa position elle est perchée à 6,4 mètres du sol, elle voit la grue sous un angle de 80° et que son champ visuel fait un angle de 58° avec le sol. (Voir figure ci-dessous)

Après avoir communiqué ces données, le géomètre demande à Aya de calculer la hauteur de la grue. Malheureusement, Aya qui est en classe de troisième n'est pas une passionnée de mathématique. Calcule pour elle la hauteur de la grue.



DEVELOPPEMENT

Soit N le nombre qui s'écrit en juxtaposant, dans l'ordre, les 2008 premiers entiers naturels non nuls :

N = 123456789101112…2005200620072008.

1°) Calculer le nombre de chiffres de N.

2°) Quel est le chiffre qui occupe la 2008ème place en partant de la gauche ?

3°) Combien de fois le chiffre 7 est-il utilisé pour écrire N ?