ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE

ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

ABIDJAN

AVRIL 2001

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE

OPTION ECONOMIE

CORRIGE DE L'EPREUVE D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

Exercice n° 1

1) Soit X la variable aléatoire « nombre de pannes survenant au cours d'une période de 40 jours sur un photocopieur donné », on recherche P(X>0). On sait que P(X>0)=1-P(X=0) car X prend les valeurs comprises entre 0 et 40 incluses. P(X=0) correspond à aucune panne recensée au cours de la période des 40 jours. La probabilité qu'un photocopieur ne tombe pas en panne un jour donné est connue et est égale à 1-p. De plus, les évènements « pas de panne le premier jour », « pas de panne le second jour »,…, « pas de panne le 40ème jour », sont indépendants ; ce qui permet d'utiliser le théorème des probabilités composées dans le cas de l'indépendance.

$P(X=0)=(1-p)^{40}$

Donc P(X>0) est égale à $1-0{,}998^{40}=0{,}077$

2) La variable X suit une loi binomiale de paramètres n=40 et p=0,002. En effet,

- au cours de chaque épreuve (journée), l'événement « panne » ou « non panne » se produit ;
- ces épreuves sont indépendantes car on suppose que les réparations sont effectuées de telle façon que la probabilité qu'une machine retombe en panne après réparation le lendemain d'un jour avec panne est identique à celle de tomber en panne le lendemain d'un jour sans panne ;
- les conditions d'utilisation ne varient pas d'un jour à l'autre.

3) P(X>1)=1-P(X=0)-P(X=1)

P(X=0) est connue (voir question 1), c'est $(1-p)^{40}$=0,92304

Pour calculer P(X=1), on va utiliser les propriétés de la loi binomiale, à savoir

$$P(X=k)=C_{40}^{k}(0,002)^{k}(1-0,002)^{40-k}$$

Pour k=1, on trouve 0,07399. Donc la probabilité cherchée vaut 0,00297

4) Sans préciser ici les règles d'application, on peut dire que la variable Y suit également une loi binomiale de paramètres n=52 et de p'=0,077.

L'espérance mathématique E(Y) vaut np' soit 4 photocopieurs.
La variance V(Y) vaut np'(1-p') soit 3,7. Son écart-type est égal à 1,9 photocopieurs.

Exercice n° 2

1) La probabilité pour qu'une machine soit disponible à la clientèle un jour donné est de 1-0,1=0,9. La variable Y suit une loi binomiale de paramètres n=2 et p=0,9

Donc P(Y=0)=0,01 ; P(Y=1)=0,18 ; P(Y=2)=0,81

2) La variable Y définie à la question 1 correspond à l'Offre, la variable X à la Demande et la variable Z exprime la confrontation entre l'Offre et la Demande. Le nombre de machines louées est égal à :

- la demande exprimée X si celle-ci n'excède pas l'offre disponible Y ;
- l'offre disponible Y si la demande X est supérieure à cette offre disponible.

Les lois d'Offre et de Demande sont indépendantes, on peut donc écrire que P(X demandé et Y offert)=P(X demandé).P(Y offert)

Le tableau ci-dessous confronte l'Offre et la Demande

	P(Y=0)=0,01	P(Y=1)=0,18	P(Y=2)=0,81
P(X=0)=0,05	P(Z=0)=0,0005	P(Z=0)=0,0090	P(Z=0)=0,0405
P(X=1)=0,20	P(Z=0)=0,0020	P(Z=1)=0,0360	P(Z=1)=0,1620
P(X=2)=0,45	P(Z=0)=0,0045	P(Z=1)=0,0810	P(Z=2)=0,3645
P(X=3)=0,30	P(Z=0)=0,0030	P(Z=1)=0,0540	P(Z=2)=0,2430

On tire de ce tableau que la loi de probabilité de la variable Z est la suivante :

P(Z=0)=0,0595
P(Z=1)=0,3330
P(Z=2)=0,6075

1) E(Z)=(0 x0,0595) + (1x0,3330) + (2x0,6075) = 1,548 machines louées

La marge brute moyenne est donc de 1.548 francs

2) La loi de probabilité de Y change dans le cas d'acquisition d'une troisième machine. Ce qui donne le tableau de synthèse ci-dessous :

	P(Y=0)=0,001	P(Y=1)=0,027	P(Y=2)=0,243	P(Y=3)=0,729
P(X=0)=0,05	P(Z=0)=0,00005	P(Z=0)=0,00135	P(Z=0)=0,01215	P(Z=0)=0,03645
P(X=1)=0,20	P(Z=0)=0,00020	P(Z=1)=0,00540	P(Z=1)=0,04860	P(Z=1)=0,14580
P(X=2)=0,45	P(Z=0)=0,00045	P(Z=1)=0,01215	P(Z=2)=0,10935	P(Z=2)=0,32805
P(X=3)=0,30	P(Z=0)=0,00030	P(Z=1)=0,00810	P(Z=2)=0,07290	P(Z=3)=0,21870

P(Z=0)=0,05095
P(Z=1)=0,22005
P(Z=2)=0,51030
P(Z=3)=0,21870

E(Z)=1,89675 machines louées. La marge brute moyenne quotidienne passe alors à 1.707,08 francs. L'achat de la troisième machine est donc intéressant.