AVRIL 2008

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

CORRIGÉ DE L'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

Exercice n° 1

1) a) $E(X) = 12 \quad V(X) = 4$
   b) $E(Y) = 11 \quad V(Y) = 1{,}143$
   c) $E(Z) = 23 \quad V(Z) = 4{,}571$

2) a) On a $E(Z) = E(X) + E(Y)$

   Il ressort de cet exemple que la moyenne de la somme de deux variables est égale à la somme de leurs moyennes, ce qui était intuitivement évident.

   b) $V(Z) \neq V(X) + V(Y)$
   La variance de Z : somme des deux variables, est ici inférieure à la somme des variances de X et de Y. Cela signifie qu'une certaine compensation s'est opérée entre les fluctuations des dividendes distribués par ces deux sociétés. Les risques liés à la non régularité des produits financiers ont donc été diminués.

3) a) $\mathrm{Cov}(X,Y) = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right] - E(X)E(Y) = -0{,}286$

   b) $A = 4{,}571$

   c) On a $V(Z) = A$

   d) $E(Z) = 11\ 500$ et $V(Z) = 1\ 142\ 750$

4) $Z = 300\ X + 700\ Y$

   $E(Z) = 11\ 300$
   $V(Z) = 799\ 950$

5) a) $Z = 1\ 000\ \alpha\ X + 1000\ (1 - \alpha)\ Y$

   $V(Z) = (1000\ \alpha)^2\ V(X) + [1000\ (1- \alpha)]^2\ V(Y) + 2\ (1000)^2\ \alpha\ (1 - \alpha)\ \mathrm{Cov}\ (X,Y)$
   $= (1000\ \alpha)^2\ [V(X) + V(Y) - 2\ \mathrm{Cov}\ (X,Y)] + (1000)^2\ \alpha[- 2\ V(Y) + 2\ \mathrm{Cov}\ (X,Y)] + (1000)^2\ V(Y)$

La fonction V(Z) est une fonction de α polynôme de degré 2 continue dérivable, dont la dérivée s'annule pour la valeur $\alpha_0 = \dfrac{V(Y) - Cov(X,Y)}{V(X) + V(Y) - 2Cov(X,Y)}$. En faisant un tableau de variation, on voit que V(Z) est minimale pour α_0. Numériquement on trouve $\alpha_0 = 0,25$: soit 25 % d'actions A et 75 % d'actions B.

b) E(Z) = 11 250 euros V(Z))= 785 687,5

c) On peut se rendre compte que la plus grande régularité des revenus (variance minimale) donne une rentabilité moindre (moyenne).

Exercice n° 2

1) Le nombre de désistements suit une loi binomiale de paramètres n = 300 et p = 0,02

2) $P(X = 3) = 0,0883$
$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = P(X > 4) = 0.7177$

3) a) Évident
b) $\Delta = 800 \sum_{x=1}^{k} x P(X = x) - 500k + 800k\, P(X > k)$
A partir du tableau fourni, on calcule Δ pour k donné

k	Δ
0	0
1	298
2	585
3	837
4	1018
5	1092
6	1037
7	852
8	556

On trouve que pour k = 5, la différence est maximale.