

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**

AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION ECONOMIE



EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

Note : l'épreuve est composée de cinq exercices indépendants, ils peuvent être traités dans un ordre indifférent.

EXERCICE n° 1

On suppose que la quantité demandée y d'un produit est une fonction du prix x , de la forme :

$$y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + 1}$$

❶ Déterminer les réels a, b, c pour que les quantités demandées pour les prix de 1, 2 et 5 unités de prix soient respectivement de 20, 12 et 4 unités de quantités.

❷ Etudier la fonction f sur $\mathbf{R}^+$ et tracer son graphe (C) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Dans quel intervalle peut varier x ?

③ La fonction d'offre du produit est définie par la fonction g :

$$g(x) = 6\ln(x+1) + \frac{8}{x+4} - 2 \quad (\ln \text{ désigne la fonction logarithme népérien})$$

Tracer son graphe (C') dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). Déterminer graphiquement le prix x et la quantité y correspondant à l'état d'équilibre de l'offre et de la demande.

④ Calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{11} (g(x) - f(x)) dx$$

EXERCICE n° 2

Pour tout entier naturel n, on considère les intégrales :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \sin x \, dx \quad \text{et} \quad J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \cos x \, dx$$

① Calculer I_0 et J_0 .

② Soit n un entier naturel non nul

① En intégrant par parties I_n , puis J_n , montrer que I_n et J_n vérifient le système :

$$\begin{cases} I_n + nJ_n = 1 \\ -nI_n + J_n = e^{-\frac{n\pi}{2}} \end{cases}$$

② En déduire, pour n entier naturel non nul, les expressions de I_n et J_n en fonction de n.

③ Déterminer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n$.

EXERCICE n° 3



MERPLUS est l'un des meilleurs parcs de loisirs du pays, la tarification est la suivante : forfait annuel à 1000 francs, forfait journée à 60 francs, forfait demi-journée à 45 francs. Le coût d'établissement du forfait annuel s'élève à 10 francs et celui des forfaits quotidiens à 1 franc dans chacun des cas.

Le directeur du parc a remarqué qu'avec une fréquentation moyenne de « 20 jours pleins » par an, une part relativement importante de la clientèle n'opte pas pour le forfait annuel. Il se demande si le tarif pratiqué n'est pas proportionnellement élevé par rapport aux forfaits quotidiens. Pour en avoir le cœur net, il fait procéder à une étude qui révèle que le temps qu'il fait en début de matinée joue un rôle important sur l'activité retenue par le client qui n'a pas opté pour le forfait annuel (dénommé « client » dans la suite de l'exercice).

En admettant qu'il y a en moyenne 70% de chances pour que le temps puisse être considéré comme beau en début de matinée, les conséquences climatiques sont les suivantes :

- si, pour le client, il fait beau :
 - . il y a 90% de chances qu'il achète un forfait journée ;
 - . et 10% qu'il se contente d'un forfait demi-journée ;
- si, pour le client, il fait mauvais temps :
 - . il y a 30% de chances qu'il achète un forfait journée ;
 - . et 50% qu'il se contente d'un forfait demi-journée ;
 - . et il reste 20% de chances qu'il n'achète rien.

❶ Calculer la probabilité que, pour un jour quelconque, un client achète un forfait journée, ainsi que celle pour qu'il achète un forfait demi-journée.

❷ En justifiant votre réponse, indiquer si le client a financièrement raison de ne pas opter pour le forfait annuel.

EXERCICE n° 4

Pour tout entier $n \geq 0$, v_n est le nombre réel défini par l'équation : $\ln(10^n v_n) = \frac{n}{2}$
($\ln$ désigne le logarithme népérien)

❶ Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont vous préciserez la raison et le premier terme.

② Soit (P_n) la suite définie par $P_0=v_0$ et $P_n=v_n P_{n-1}$ pour tout entier $n \geq 1$

① Calculer P_1 et P_2 .



② Démontrer que $P_n = \left(\frac{\sqrt{e}}{10} \right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ pour tout n .

③ Déterminer l'ensemble E des entiers n tels que $P_n \leq 10^{-6}$

EXERCICE n° 5

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ où $h(x) = \frac{e^x(x-1)+1}{e^x-1} - \ln \frac{e^x-1}{x}$ en utilisant les développements limités

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN**



AVRIL 1998

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION ECONOMIE

COMPOSITION D'ECONOMIE

DUREE : 4 HEURES

Les candidats traiteront l'un des deux sujets au choix.

SUJET N° 1

Les pays en voie de développement ont engagé depuis les années 80 des politiques d'ajustement qui impliquent souvent une discipline budgétaire stricte. Vous en analyserez les motivations et les implications pour les économies de ces pays.

SUJET N° 2

On considère une ville comme cadre de notre étude. La monnaie en vigueur est le Franc noté F.

Les Parties I à IV sont indépendantes entre elles.

❶ L'étude de l'équilibre du producteur