

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

AVRIL 2002

OPTION MATHEMATIQUES

CORRIGE DU CALCUL NUMERIQUE

EXERCICE n° 1

- 1) On forme 5 ! nombres de cette manière, soit 120 nombres.
- 2) Le plus petit de ces nombres est 12345 et le plus grand 54321. Le 40^{ème} nombre est 24351 et le rang occupé par le nombre 43251 est le rang 88.
- 3) En utilisant le fait qu'à chaque position (il y en a 5), chaque nombre (1,2,3,4,5) est utilisé 24 fois et que $(1+2+3+4+5) \times 24 = 360$, on trouve le total de 3.999.960

 **Fomesoutra.com**
ça soutra !
Docs à portée de main

EXERCICE n° 2

- 1) La fonction f est continue et dérivable sur l'ensemble de définition. Comme la limite en 0 de cette fonction est $-\infty$ et comme la limite en $+\infty$ est $+\infty$, la fonction f passe par 0 en un point unique.

Comme $f(3)$ est strictement négatif et $f(4)$ strictement positif, la solution unique est comprise entre 3 et 4.

- 2) La fonction g est également continue dérivable sur l'ensemble de définition. Sa dérivée est strictement négative, donc g est une fonction décroissante, donc bijective. En calculant $g(3)$ et $g(4)$, on constate que l'image de l'intervalle $[3,4]$ est contenue dans l'intervalle $[3,4]$

Pour montrer b), il suffit de calculer la dérivée seconde de g sur l'intervalle $[3,4]$, de constater que celle-ci est strictement positive, donc la fonction g' est croissante sur cet intervalle, puis de calculer $g'(3)$ qui est égal à $-1/12$ et $g'(4)$ qui est égal à $-1/16$.

- 3) le a) se démontre par récurrence. Pour b), on se sert de $g(m)=m$ et du résultat démontré au 2-b en utilisant le théorème des accroissements finis.

Pour c), il est évident, compte tenu du résultat précédent 3-b, que la limite de la suite est m ,

On sait que $u_0=3$, on sait que $u_1=g(u_0)=3,725$ et que $u_2=g(u_1)=3,67121$. Comme u_2-m (en valeur absolue) est inférieur à $(1/12)^2$, on obtient une approximation de m à 3,67 à 0,01 près.



EXERCICE n° 3

Si $a=0$, alors $VAN(\text{projet A})=VAN(\text{projet B}) = 255.000$ euros

Si $a=12\%$, alors $VAN(\text{projet A})=158.918$ euros et $VAN(\text{projet B}) = 108.256$ euros