

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
ABIDJAN

AVRIL 2002

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

VOIE B

OPTION MATHEMATIQUES

EPREUVE DE CALCUL NUMERIQUE

DUREE : 2 HEURES



Exercice N° 1

On considère tous les nombres entiers naturels que l'on peut écrire en permutant les chiffres : 1, 2, 3, 4, 5.

- 1) Combien peut-on former de nombres de cette manière ?
- 2) On range ces nombres dans l'ordre croissant.
 - a) Quel est le plus petit de ces nombres ? Quel est le plus grand ?
 - b) Quel est le 40^{ième} ?
 - c) Quel rang occupe 43251 ?
- 3) Quelle est la somme de tous ces nombres ?

Exercice N° 2

\mathbf{R}^{**} désigne l'ensemble des nombres réels strictement positifs.

Soit la fonction numérique définie sur \mathbf{R}^{**} par :



$$f(x) = x - 4 + \frac{1}{4} \ln|x|$$

où \ln est la fonction logarithme népérien.

1) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet, dans \mathbf{R}^{**} , une solution unique m telle que $3 < m < 4$

2) Soit g la fonction numérique définie sur \mathbf{R}^{**} par :

$$g(x) = 4 - \frac{1}{4} \ln|x|$$

a) Etudier les variations de g et montrer que l'image par g de l'intervalle $[3,4]$ est contenue dans l'intervalle $[3,4]$.

b) Montrer que, pour tout x de $[3,4]$, on a $|g'(x)| \leq \frac{1}{12}$

3) On considère la suite (u_n) , n appartenant à l'ensemble des entiers naturels \mathbf{N} , définie par $u_0=3$ et, pour tout n de \mathbf{N} , $u_{n+1}=g(u_n)$.

a) Démontrer que, pour tout n de \mathbf{N} , on a $3 \leq u_n \leq 4$

b) Montrer que, pour tout n de \mathbf{N} , $|u_{n+1} - m| \leq \frac{1}{12} |u_n - m|$. En déduire que, pour tout n de \mathbf{N} , $|u_n - m| \leq \frac{1}{12^n}$

c) Montrer que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite.

d) En déduire une valeur approchée de m à 0,01 près.

Exercice N° 3

On calcule la valeur actuelle nette à la période $t=0$ sous la forme :



$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{f_t}{(1+a)^t}$$

où : I_0 est la mise de fonds initiale, n la durée de vie de l'équipement et f_t le flux de liquidités net de l'investissement à la période t . Le taux d'actualisation noté « a » dans la formule constate une différence de valeur entre une somme disponible aujourd'hui et la même somme disponible dans le futur. L'actualisation permet alors de comparer des sommes disponibles à des périodes différentes, en ramenant chacune d'entre elles à sa valeur actuelle, en $t=0$.

Une entreprise dispose de 175.000 euros qu'elle peut utiliser pour investir.

En matière d'investissement, l'entreprise a le choix entre les deux projets A et B, dont la mise de fonds initiale, en $t=0$, est la même : 175.000 euros. Les résultats comptables attendus par l'entreprise sur les périodes suivantes sont donnés dans le tableau suivant :

Périodes	1	2	3	4	5
Projet A	130.000	120.000	120.000	40.000	20.000
Projet B	30.000	30.000	100.000	120.000	150.000

En supposant que le taux d'actualisation est nul, puis est égal à 12%, calculez la valeur actuelle nette de chaque projet.