

AVRIL 2004

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Mathématiques

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DU CALCUL NUMÉRIQUE



Exercice n° 1

- a) $C_{10}^1 = 10$
- b) $C_{18}^2 = 153$
- c) $C_{22}^2 = 231$
- d) $C_{30}^3 = 4060$
- e) $1.434.925.800 = 10 \times 153 \times 231 \times 4060$

Exercice n° 2

Un équivalent de la fonction f en $+\infty$ est $(1-m)x^{\frac{3}{2}}$ lorsque m est différent de 1.

On en déduit que si $m < 1$, la limite cherchée est $+\infty$ et que si $m > 1$, la limite cherchée est $-\infty$.

Lorsque m est égal à 1, un équivalent de la fonction f en $+\infty$ est $(1-\frac{p}{2})x^{\frac{1}{2}}$ lorsque p est différent de la valeur 2.

On en déduit que si $p > 2$, la limite cherchée est $-\infty$ et que si $p < 2$, la limite cherchée est $+\infty$.

Dernier cas : $m = 1$ et $p = 2$. L'équivalent de la fonction f en $+\infty$ est $\frac{3}{2}x^{\frac{-3}{2}}$.

On trouve alors une limite nulle.

Exercice n° 3

- a) Soit g le taux de variation entre 1982 et 2002, alors on a par définition de celui-ci :
 $3 = 1 (1 + g)$
D'où $g = 200 \%$
- b) Soit g_m le taux moyen annuel de variation entre 1982 et 2002, on doit avoir :
 $(1 + g_m)^{20} = 3$
D'où $g_m = 5,647 \%$
- c) De la même façon qu'au a) , on trouve $6,67 \%$
- d) Soit n le nombre d'années cherché, on a : $3,2 \times (1 + g_m)^n = 5$
D'où $n = 8,26$ soit 9 ans.



Exercice n° 4

Nous sommes en présence d'une moyenne harmonique. Soit H le résultat, on a :

$$\frac{2310}{H} = \frac{450}{200} + \frac{570}{150} + \frac{360}{180} + \frac{510}{300} + \frac{420}{210}$$

D'où $H = 196,6$ habitants/médecin

Exercice n° 5

- a) En utilisant le fait que $i^2 = -1$, on trouve $z = \frac{(4i^{22} - i)^2}{(1+2i)^2} = -\frac{13}{25} - \frac{84}{25}i$
- b) D'après la formule de Moivre, on a :
 $(\cos a + i \sin a)^3 = \cos 3a + i \sin 3a$
D'où $\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$ et $\sin 3a = -4 \sin^3 a + 3 \sin a$

Exercice n° 6

	Décision correcte	Décision défectueuse	Total
Correct en réalité	$0,99 \times 0,95 = 0,9405$	$0,01 \times 0,95 = 0,0095$	0,95
Défectueux en réalité	$0,10 \times 0,05 = 0,0050$	$0,90 \times 0,05 = 0,0450$	0,05
Total	0,9455	0,0545	1

- a) La probabilité pour que le contrôleur déclare un article quelconque défectueux est donc 5,45 %
- b) La probabilité pour que le contrôleur se trompe en déclarant qu'un article est défectueux est une probabilité conditionnelle qui vaut 17,43 %
- c) Le contrôleur prend une décision erronée dans $0,0095 + 0,0050 = 1,45$ % des cas.

**Exercice n° 7**

A partir des développements limités connus, on trouve le développement limité suivant pour la fonction f :

$$f(x) = (1+b-a) x + (1/2-b^2+ab) x^2 + (1/6+b^3-ab^2) x^3 + o(x^3)$$

Pour déterminer a et b tels que le premier terme non nul soit le terme en x^3 , il faut que $(1+b-a)$ soit nul ainsi que $(1/2-b^2+ab)$. La résolution de ce système de deux équations à deux inconnues donne comme résultat $a=1/2$ et $b=-1/2$

Pour conclure, il faut vérifier que le terme en x^3 ne soit pas nul. Ceci est vérifié puisque l'on trouve $-1/12$.