

CONCOURS DIRECT D'ACCES AU CYCLE DE FORMATION
DES TECHNICIENS D'IMAGERIE MEDICALE
SESSION 2006

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 02 heures

Exercice n° 1

Monsieur YAO se propose d'acheter une mobylette qui au 1^{er} janvier 2007 coûte 90 000 F.

N'ayant à sa disposition que 77 000 F et ne voulant pas prendre de crédit, il ouvre un compte dans un organisme financier, qui lui apporte 7 % du montant disponible à la fin de chaque année ; le 1^{er} janvier, il dispose sur ce compte 77 000 F.

- 1) Quel sera l'avoir de Monsieur YAO après la première année, la deuxième année, ... la n^{ième} année ?
- 2) On suppose que la mobylette garde son prix fixe ; en quelle année Monsieur YAO pourra acheter sa mobylette ?
- 3) On suppose que le prix de la mobylette augmente de 3 000 F chaque 1^{er} janvier ; en quelle année Monsieur YAO pourra acheter sa mobylette.

Exercice n° 2

Dans une population, on a constaté que :

- 45 % ont un âge inférieur à 20 ans.
- 25 % ont un âge supérieur à 45 ans.

Le test ξ : dépistage du VIH a révélé que 20 % des individus dont l'âge est compris entre 20 et 45 ans sont positifs, ainsi que 10 % des moins de 20 ans et 5 % des autres.

- 1) Déterminer la proportion des individus positifs de cette population.
- 2) On choisit un individu de cette population. Il n'est pas porteur du virus. Calculer la probabilité pour que son âge soit supérieur à 20 ans.
- 3) On choisit au hasard un échantillon de 10 individus et on désigne par X le nombre des individus de cet échantillon qui sont positifs.
 - a- Quelles sont les valeurs possibles de X ?
 - b- Déterminer la probabilité $p(X \geq 2)$.

Exercice n° 3

f est la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$, si $x \neq 0$, et $f(0) = 1$.

- 1) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2) a) Montrer que f est continue en 0.
b) Montrer que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = -1/2$.
- 3) Calculer $f'(x)$ pour tout réel non nul x.

- 4) On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x - x e^x - 1$
- 5) Etudier les variations de g , puis le signe de g .
- 6) Dédire des questions précédentes le tableau de variation de f .
- 7) Construire la courbe de f dans un repère orthonormé.