

Exercice 1 :

1) $p(A_1) = 0,7$; $p(A_{n+1}/A_n) = 0,8$; $p(A_{n+1}/\overline{A_n}) = 0,6$.

2) $p(A_{n+1} \cap A_n) = p(A_{n+1}/A_n) \times p(A_n) = 0,8 \times p(A_n)$

$p(A_{n+1} \cap \overline{A_n}) = p(A_{n+1}/\overline{A_n}) \times p(\overline{A_n})$

$p(A_{n+1} \cap \overline{A_n}) = 0,6(1 - p(A_n))$ or $A_{n+1} = (A_{n+1} \cap A_n) \cup (A_{n+1} \cap \overline{A_n})$:

donc $p(A_{n+1}) = 0,8 \times p(A_n) + 0,6$

3) a- $U_{n+1} = 0,2 \times U_n + 0,6$

$V_{n+1} = 0,2 \times V_n$ et $V_1 = 0,05$.

La suite (V_n) est géométrique de raison 0,2 et de premier terme V_0 .

b- $V_n = (0,2)^{n-1} \times V_1$

$U_n = (0,2)^{n-1} \times V_1 + 0,75$

c- $U_6 = (0,2)^5 \times (-0,05) = 0,7499$

$U_{10} = (0,2)^9 \times (-0,05) + 0,75 = 0,75$

Exercice 2

1) $\frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{2\cos x}{1 - \sin^2 x} = \frac{2\cos x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos x}$

$I_0 = \frac{1}{2} \left[-\ln(1 - \sin x) + \ln(1 + \sin x) \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = -\frac{1}{2} \ln(3)$

2) $I_1 = \left[-\ln(\cos x) \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = -\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} dx$

$I_2 = I_0 + \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$

$I_2 = I_0 + \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2} \ln(3) - \frac{1}{2}$

4- représentation graphique

