

CONCOURS DIRECT D'ACCES AU CYCLE DE FORMATION
DES TECHNICIENS DE BIOLOGIE MEDICALE
SESSION 2008

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 02 heures

Exercice n° 1

Un gardien de but doit faire face, lors d'une démonstration à un certain nombre de tirs directs. Les expériences précédentes conduisent à penser que :

- S'il a arrêté le $n^{\text{ième}}$ tir, la probabilité qu'il arrête le suivant est 0,8.
- S'il a laissé passer le $n^{\text{ième}}$ tir, la probabilité qu'il arrête le suivant est 0,6.

La probabilité qu'il arrête le premier est 0,7.

Soit A_n l'évènement : « le gardien arrête le $n^{\text{ième}}$ tir ».

1) Préciser $P(A_1)$ et pour $n \geq 1$ $P(A_{n+1}/A_n)$ et $P(\overline{A_{n+1}}/\overline{A_n})$.

2) Exprimer $P(A_{n+1} \cap A_n)$ et $P(\overline{A_{n+1}} \cap \overline{A_n})$ en fonction de $P(A_n)$.

En déduire l'expression de $P(\overline{A_{n+1}})$ en fonction de $P(A_n)$.

3) On pose $U_n = P(A_n)$ et $V_n = U_n - 0,75$

a- (V_n) est-elle géométrique ? Justifier.

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

c- Quelle est la probabilité qu'il arrête le 6^e tir ? le 10^e tir ?

Exercice n° 2

Soit la suite (I_n) définie par $I_n = \int_0^{\pi/6} \frac{(\sin x)^n}{\cos x} dx$ et $I_0 = \int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\cos x}$

1) Vérifier que $\frac{2}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ et calculer I_0

2) Calculer I_1 et I_2

- 3) a) Pour $n \geq 2$, établir une relation entre I_n et I_{n-1} .
b) Déterminer I_3 et I_4 .
- 4) Etudier les variations de la suite (I). En déduire que (I) converge.

Exercice n° 3

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{1 - \ln x}{x \ln x}$

- 1) Étudier f sur D_f .
- 2) Construire la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, 1, i)$.
- 3) Soit $\lambda \in] 1, e [$ et $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \lambda$ et $x = e$.

a- Exprimer $A(\lambda)$ en fonction de λ .

b- Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow 1^+} A(\lambda)$