



**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE
DE CÔTE D'IVOIRE (SMCI)**

Concours Miss Mathématique

Edition de 2008

NIVEAU : Terminale C

Durée : 4 heures

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3, 3/3.
Les cinq exercices sont indépendants.*

1 RECONCILIATION

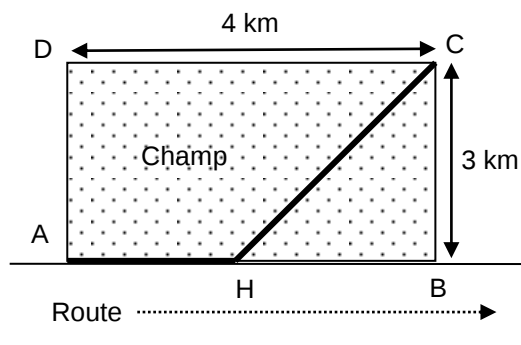
Soit N le nombre qui s'écrit en juxtaposant, dans l'ordre, les 2008 premiers entiers naturels non nuls :

$$N = 123456789101112...2005200620072008.$$

- 1°) Calculer le nombre de chiffres de N .
- 2°) Quel est le chiffre qui occupe la 2008^{ème} place en partant de la gauche ?
- 3°) Combien de fois le chiffre 7 est-il utilisé pour écrire N ?
- 4°) Soit a un entier naturel non nul ayant b chiffres et N le nombre qui s'écrit en juxtaposant, dans l'ordre, les a premiers entiers naturels non nuls. Calculer le nombre $n(N)$ de chiffres de N .

2 PAIX

Un véhicule doit se rendre de A à C . Il roule à 40 km/h sur la route et à 20 km/h à travers le champ $ABCD$.



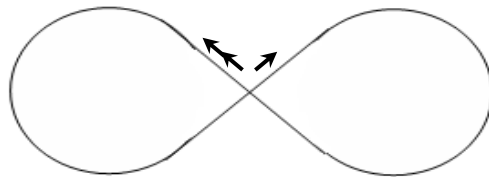
- 1°) Prouver que le véhicule met 15 minutes pour effectuer le trajet $[AC]$.
- 2°) Déterminer l'endroit H où le véhicule doit tourner pour que le temps mis pour faire le trajet soit minimum. Préciser ce temps minimum en minutes.



FRATERNITE

La piste d'un champiodrome a la forme suivante : deux arcs formant les trois quarts d'un cercle, raccordés par deux diagonales d'un carré, ces deux diagonales se coupant en un carrefour.

Au même instant, une tortue et un lièvre partent du carrefour, empruntent deux diagonales différentes menant à deux arcs de cercle différents. (sur le dessin, une flèche pour la tortue et deux flèches pour le lièvre).



Les deux animaux courent à vitesse constante et la tortue met 363 secondes pour parcourir la distance parcourue par le lièvre en une seconde.

Après 2008 rencontres (dépassements sur la piste ou croisements au carrefour) hormis le départ, le lièvre abandonne. Combien de fois avait-il croisé la tortue au carrefour ?



SOLIDARITE

Face à la grogne des populations consécutive à la hausse généralisée des prix des produits de première nécessité, le Gouvernement d'un pays envisage les mesures suivantes :

- tous les salaires seront augmentés de 3% ;
- si le nouveau salaire (résultant de l'augmentation de 3%) dépasse un montant p appelé plafond social alors une taxe de solidarité de 10% est prélevée sur le surplus.

Un responsable du collectif des syndicats de fonctionnaires explique que les anciens salaires de plus de 400 000 francs CFA subiront une baisse, mais un ancien salaire de 400 000 francs sera inchangé.

1°) Calculer la valeur du plafond social p .

2°) Si un fonctionnaire A gagne un salaire inférieur à celui d'un fonctionnaire B est-il possible que A gagne plus que B après l'application des mesures ?



DEVELOPPEMENT

Un avion des Nations Unies doit parachuter des vivres destinés à ravitailler trois camps de réfugiés situés en plein désert. A partir du point de largage des vivres, un véhicule tout terrain desservira les trois camps à tour de rôle. Le véhicule ne peut transporter que les vivres d'un seul camp à la fois. Après la desserte du troisième camp, le véhicule doit revenir au point de largage pour attendre le prochain ravitaillement.

Compte tenu de la modicité des réserves en carburant, Les fonctionnaires onusiens recherchent un point P de largage des vivres qui minimise le coût du transport à travers le désert. Le but de ce problème est de les y aider.

On désigne les trois camps par les points A, B et C d'un plan. On suppose que ABC est un triangle direct dont chacun des trois angles géométriques a une mesure inférieure à $\frac{2\pi}{3}$. Soit M un point quelconque du plan.

1°) On note r_1 la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

- a) Construire les points C' et M₁, images respectives de C et M par r_1 .
- b) Démontrer que $MA + MB + MC = BM + MM_1 + M_1C'$.
- c) En déduire que si M et M₁ appartiennent au segment [BC'] alors la somme $MA + MB + MC$ est minimale.

2°) On note r_2 la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

Construire les points A' et M₂, images respectives de A et M par r_2 .

On admet que :

$MA + MB + MC = CM + MM_2 + M_2A'$ et que
si M et M₂ appartiennent au segment [CA'] alors la somme
 $MA + MB + MC$ est minimale.

3°) Dédurre des questions précédentes un programme de construction du point de largage P. Construire P.