

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR (DGES)

DIRECTION DE L'ORIENTATION ET DES EXAMENS (DOREN)

## BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR / SESSION 2013

FILIERE TERTIAIRE : FINANCES - COMPTABILITE ET GESTION D'ENTREPRISES

EPREUVE : **MATHEMATIQUES, STATISTIQUES ET PROBABILITE**

Durée de l'épreuve : 3 Heures

Coefficient de l'épreuve : 2

**Cette épreuve comporte 03 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.****Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.****L'usage des tables financières et statistiques est autorisé.****EXERCICE 1 : ETUDE DE FONCTION****Partie A**On considère la fonction numérique  $f$  définie par  $f(x) = -x + 3 \ln(x + 1)$ 1°) Trouver l'ensemble de définition  $D$  de  $f$ .2°) On admettra que  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ Etudier les variations de la fonction  $f$ .3°) a) Calculer  $f(0)$ .b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions distinctes dont l'une, notée  $a$ , se trouve dans l'intervalle  $]5 ; 6[$ .c) Montrer que  $\ln(a+1) = \frac{a}{3}$ 4°) On désigne par  $(C)$ , la courbe représentative de la fonction  $f$ , dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  dans lequel, l'unité graphique est 2 cm.a) Trouver une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point  $O$ .b) Tracer la droite  $(D)$  d'équation  $y = -x$ , ainsi que la tangente  $(T)$  et la courbe  $(C)$ .5°) On appelle valeur moyenne d'une fonction continue  $f$  sur un intervalle  $[c, b]$ , le nombre  $M$  défini par :

$$M = \frac{1}{b-c} \int_c^b f(x) dx .$$

On désigne par  $F$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $] -1, +\infty [$  par :

$$F(x) = -\frac{x^2}{2} - 3x + 3(x+1) \ln(x+1).$$

a) Vérifier que  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  sur  $] -1, +\infty [$ .b) Calculer la valeur moyenne  $M$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0, a]$

## Partie B

Un cabinet d'expertise a étudié pour le compte de Mlle BARADJI, le bénéfice prévisionnel réalisable chaque jour, dans le commerce d'un certain type de poisson frais, au Port de pêche d'Abidjan.

Il ressort de cette étude, que l'évolution du bénéfice prévisionnel exprimé en millions de francs, pendant les 8 premières heures de vente, coïncide avec la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 8]$  : par  $g(x) = -x + 3\ln(x+1)$ .

- 1°) Quels sont les bénéfices réalisables respectivement au bout d'une heure de vente et au bout de 3 heures de vente ?
- 2°) Au bout de combien d'heures de vente réalise-t-on le plus grand bénéfice possible ? Préciser ce bénéfice.
- 3°) A partir de quand faut-il arrêter la vente, pour éviter de perdre ?
- 4°) A quoi doit-on s'attendre respectivement au bout de 7 h de vente et 8 h de vente ?
- 5°) Quel serait le bénéfice moyen réalisable par Mlle BARADJI sur l'ensemble des 5 premières heures de vente ?

## EXERCICE 2 : CALCUL MATRICIEL

### Partie I

On considère le polynôme  $f(x)$  défini par :  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ .

- 1°) Calculer  $f(1)$
- 2°) En déduire une écriture de  $f(x)$ , sous la forme d'un produit de facteurs de 1<sup>er</sup> degré.

### Partie II

On considère les matrices  $A$ ,  $I$ ,  $B$  et  $A'$  définies par :  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = A^2 - 6A + 9I \text{ et } A' = \frac{1}{4}B;$$

- 1°) a) Calculer  $A^2$  et  $A^3$ .  
b) Calculer  $B$  et  $A'$
- 2°)  $\forall x \in \mathbb{R}$ , on pose  $K = A - x.I$ 
  - a) Déterminer  $K$
  - b) Pour quelles valeurs du réel  $x$ , la matrice  $K$  est-elle inversible ?

3°) On considère la matrice N définie par :  $N = A^3 - 6A^2 + 9A - 4I$

a) Calculer la matrice N

b) En déduire que A est une matrice inversible ; et trouver son inverse.

### Partie III

On considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x+y+z = 160 \\ x+2y+z = 150 \\ x+y+2z = 170 \end{cases}$$

1°) Ecrire ce système sous forme matricielle.

2°) En utilisant le calcul matriciel, résoudre ce système.

### EXERCICE 3 : PROBABILITES

Une étude menée par le Cabinet Succès a montré que 50 % des étudiants échouent au BTS en FCGE. Il prélève un échantillon de 100 étudiants candidats de cette filière.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre d'étudiants admis au BTS.

1- Montrer que X suit une loi binomiale. Préciser les paramètres

2- a- quelles sont les caractéristiques de cette loi ?

b- quel est le nombre moyen d'étudiants admis

3- Calculer les probabilités qu'il ait exactement 10 étudiants admis.

4- Peut-on approcher la loi binomiale que suit X par une loi normale ? Justifier la réponse.

5- Calculer la probabilité des événements suivants :

A) «plus de 55 candidats sont admis».

B) «le nombre d'admis est compris entre 45 et 55».

\*\*\*\*\*