MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR (DGES)

DIRECTION DE L'ORIENTATION ET DES EXAMENS (DOREX)

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR / SESSION 2014

FILIERE TERTIAIRE : FINANCES –COMPTABILITE ET GESTION D'ENTREPRISES

EPREUVE : MATHEMATIQUES, STATISTIQUES ET PROBABILITE

Durée de l'épreuve : 3 Heures **Coefficient de l'épreuve : 2**

Cette épreuve comporte 04 pages numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré
et une table de fonction de répartition de la loi normale.
L'usage des tables financières et statistiques est autorisé.

EXERCICE 1 : ETUDE DE FONCTION

I- On donne une fonction h de IR vers IR définie par :

$h(x) = 1 + (x-2)e^{x-1}$

1°) Etudier les variations de la fonction h.

2°) a) Calculer h (1)

b) En déduire le signe de h (x).

II- Soit f la fonction de IR vers IR définie par :

$f(x) = \ln(2-x) + e^{x-1}$

On désigne par (C_f) la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) où l'unité graphique est 2 cm.

1°) Déterminer le domaine de définition de f.

2°) On admet que f est dérivable sur son domaine de définition.

a) Vérifier que $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x-2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

3°) Tracer la courbe (C_f) ainsi que sa tangente au point d'abscisse x = 1

III- On considère la fonction F de IR vers IR définie par :

$F(x) = -x + (x-2)\ln(2-x) + e^{x-1}$.

On appelle valeur moyenne d'une fonction f continue sur un intervalle [a ; b] le nombre M tel que $M = \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

1°) Montrer que F est une primitive de la fonction f.

2°) Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle [0, 1].

EXERCICE 2 : CALCUL MATRICIEL

1ère Partie

On considère les matrices suivantes : $M = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1°) a) Montrer que M est inversible.

b) Déterminer la matrice inverse M^{-1} de M.

2°) $\forall x \in$ IR, On pose $K = M - x.I$ et $P(x) = \det(K)$.

a) Donner l'expression de P(x).
b) Calculer P(3).
c) En déduire les zéros de P(x).

3°) On pose $N = -M^3 + 12M^2 - 45M + 54.I$.

a) Calculer M^2 et M^3.
b) Calculer la matrice N.

2ème Partie

Une entreprise fabrique des appareils de trois types A, B et C. les besoins en acier, en peintures et en heures de travail pour fabriquer un appareil de chaque type sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

	A	B	C
Quantité d'acier (Kg)	4	1	1
Quantité de peinture (Kg)	1	4	1
Nombre d'heures de travail	1	1	4

On désigne respectivement par x, y et z les quantités d'appareils de type A, B, C fabriquées par mois, par cette entreprise.

1°) Sachant que cette entreprise a utilisé exactement 5900kg d'acier, 7100kg de peinture et 8000 heures de travail. Donner le système (S) des 3 équations linéaires de 1er degré à 3 inconnues x, y, z, qui traduisent les données de ce problème.

2°) Donner l'écriture matricielle du système (S).
3°) En utilisant le calcul matriciel, calculer x, y, z.

EXERCICE 3 : PROBABILITES

Dans une coopérative de Négoce Café-Cacao, 15% de la production de cacao présente des défauts. Le contrôle porte sur 400 sacs de 100 Kg chacun ; et on considère la variable aléatoire X désignant le nombre de sacs présentant des défauts.

1) Montrer que la variable aléatoire x suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2) Calculer à 10^{-2} près l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire X.

3- a) Montrer que la loi binomiale que suit X peut être approchée par une loi normale dont on précisera les paramètres.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : << 60 sacs au moins présentent des défauts >>.

B : << 30 sacs au plus présentent des défauts >>.

On admettra que $\pi\,(4{,}13) = 0{,}999979$.

4- Le contrôle qualité initié dans la filière Café-Cacao a ramené à la baisse le taux de sacs défectueux jusqu'à 5 % dans cette coopérative.

On procède à un contrôle portant sur 200 sacs de Cacao choisis de façon à constituer un échantillon aléatoire.

a) Montrer que la loi binomiale que suit X peut être approchée par une loi de Poisson que l'on précisera.

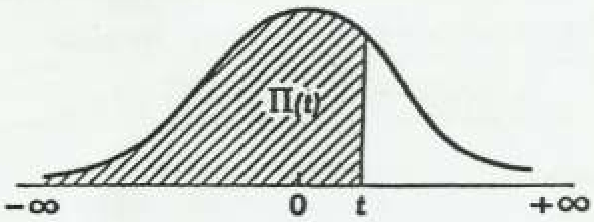
b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

* C : << Il y a exactement 5 sacs défectueux >>.
* D : << Il y a au moins 11 sacs défectueux >>.

****

III. EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTÉGRALE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE, RÉDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = \Pr\{T < t\}.$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota. — La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour t positif. Lorsque t est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemple : pour $t = 1,37$ $\quad \Pi(t = 1,37) = 0,914\,7$

pour $t = -1,37$ $\quad \Pi(t = -1,37) = 0,085\,3$