J. 1457

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE L'EMPLOYABILITE (DGESE)

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR / SESSION 2016

FILIERE TERTIAIRE : FINANCES –COMPTABILITE ET GESTION D'ENTREPRISES

EPREUVE : MATHEMATIQUES, STATISTIQUES ET PROBABILITE

Durée de l'épreuve : 3 Heures **Coefficient de l'épreuve : 2**

Cette épreuve comporte 03 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
L'usage des tables financières et statistiques est autorisé.

EXERCICE 1 : ETUDE DE FONCTION

PARTIE A (étude de la fonction)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=8\ln x-3x+\frac{4}{x}$

TRAVAIL A FAIRE

1- Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2- Vérifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$: $f(x)=\frac{8x\ln x-3x^2+4}{x}$

3- Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.

4- a) Calculer la dérivée $f'(x)$ et vérifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{(3x-2)(2-x)}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variations complet de f (justifier avec soin le signe de $f'(x)$).

c) Calculer $f(4,07)$ et $f(4,08)$ et en déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $4,07 < \alpha < 4,08$

5- Construire (C), la courbe de f, dans un repère orthonormé (o ; i ; j).

6- On appelle valeur moyenne d'une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$, le réel M tel que $M=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

Soit F la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=(8x+4)\ln x-8x-\frac{3}{2}x^2$. Montrer que F est une primitive de f.

7- Calculer la valeur moyenne de f sur [0,5 ;2]

PARTIE B (Application économique)

Une entreprise fabrique par jour 500 à 2000 articles. Pour x milliers d'articles produits par jour, $g(x)$ désigne en millions de francs, le montant des coûts de production de ces x milliers d'articles ; avec $g(x)=8\ln x-3x+\frac{4}{x}$.

TRAVAIL A FAIRE

1- Déterminer le montant du coût de production de 600 articles.

2- 2 .1/ Déterminer la quantité d'articles à produire par jour pour minimiser les coûts de production (arrondir le résultat à l'entier le plus proche).

2-2/ Préciser le coût de production minimal.

3- Quel est le coût moyen de production des articles fabriqués par jour.

EXERCICE 2 : SUITES NUMERIQUES ET CALCUL MATRICIEL

Dans tout l'exercice, n désigne un entier naturel non nul.

1) Une suite (u_n) est définie par son premier terme $u_1 = 2$ et par la relation : $u_{n+1} = 3u_n + 2$.

Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = u_n + 1$.

TRAVAIL A FAIRE

1-1 Montrer que la suite (v_n) est une suite géometrique dont on donnera la raison et le 1er terme.

1-2 Calculer v_n puis u_n en fonction de n.

2) On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

TRAVAIL A FAIRE

2-1 Calculer les matrices A^2 et $B = 2A + I$.

2-2 On admet que pour n, il existe un réel a_n tel que : $B^n = a_n A + I$

En utilisant le fait que $B^{n+1} = B^n \times B$ avec $B^{n+1} = a_{n+1} A + I$. Calculer a_{n+1} en fonction de a_n.

3) En utilisant des résultats de 1) et 2), exprimer B^n en fonction de A, I et n.

EXERCICE 3 : PROBABILITES

Une entreprise emploie 100 personnes. Une étude statistique a permis d'admettre qu'un jour donné, la probabilité qu'un employé donné s'absente est de 0,05. On admet que les absences des employés survenues un jour donné, sont indépendantes les unes des autres. Soit X la variable aléatoire qui à chaque jour, associe le nombre d'employés absents.

TRAVAIL A FAIRE

1- Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

2- Quelles sont les caractéristiques de cette loi ?

3- Quel est le nombre moyen d'employés absents un jour donné ?

4- Calculer les probabilités des évènements suivants :

4-1 E_1 « un jour donné, il y a exactement trois absents »

4-2 E_2 « un jour donné, il y a plus de deux absents»

5- Peut-on approcher cette loi binomiale par une loi de poisson ? Justifiez la réponse.

6- En utilisant l'approximation, calculer les probabilités des évènements suivants :

6-1 E_3 « un jour donné, il y a exactement trois absents »

6-2 E_4 « un jour donné, il y a plus de deux absents »

****