MATHEMATIQUES

Coef : 2
Durée : 3 h/ 2h
Série : A1 et A2

Ce sujet comporte deux (02) pages numérotées ½ et 2/2. Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une feuille de papier millimétré pour les constructions.

EXERCICE 1 : 2 points

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de la ligne puis vrai (V) si l'affirmation est vraie ou faux (F) si l'affirmation est fausse.

1- La probabilité d'un événement certain est 0.
2- La fonction ln est strictement décroissante sur l'intervalle $]0;1[$.
3- La fonction : $x \longmapsto -6x^2+5x+1$ a pour dérivée la fonction $x \longmapsto -12x+5$.
4- Pour tout a appartenant à $\mathbb{R}$, $\ln(e^a)=a$.

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées. Ecris le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncés	Réponses	
1	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} \frac{1}{x-2} = \cdots$	A	$-\infty$
		B	$+\infty$
		C	0
		D	1
2	Pour tout a>0 et pour tout $r \in \mathbb{Q}$ on a : $\ln(a^r)$ est égal à	A	$rlna$
		B	$\ln(r\times a)$
		C	$\ln\left(\frac{r}{a}\right)$
		D	$-rlna$
3	Pour tout événement A d'une expérience aléatoire de probabilité notée P(A) on a :	A	$P(A)>1$
		B	$P(A)<0$
		C	$2\leq P(A)\leq 3$
		D	$0\leq P(A)\leq 1$
4	$\lim\limits_{x\to-\infty}(-4x^3+6x-5) = \cdots$	A	-5
		B	-4
		C	$+\infty$
		D	-12

EXERCICE 3: 5 points

Dans le cadre des activités du club de mathématiques, Un professeur doit former un comité de 4 élèves choisis parmi les 12 membres actifs composé de 7 garçons et 5 filles.

1- Justifie que le nombre total de bureaux que l'on peut former est égal à 495.

2- On considère les événements suivants :
A : « Le comité est constitué uniquement de filles »
B : « Le comité comprend autant de filles que de garçons »
C : « Le comité comprend au moins une fille ».
Calcule chacune des probabilités des événements A, B et C sous forme de fractions irréductibles.
Pour la suite (Série A_1uniquement)

3- Soit X la variable aléatoire qui à chaque comité associe le nombre de filles.
a) Justifie que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4.
b) Etablis la loi de probabilité de X.
c) Calcule l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

<u>EXERCICE 4</u>: 6 points

PARTIE A :

On considère la fonction f definie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - x + 3lnx$

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I ,J) d'unité graphique 2 cm en ordonnées et 1 cm en abscisses.

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1- Détermine l'ensemble de définition de la fonction f noté D_f.

2- a) Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ et Interprète graphiquement le résultat obtenu.

b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3- Démontre que la fonction dérivée f' est telle que $f'(x) = \frac{-x+3}{x}$

4-a) Etudie les variations de f.

b) Dresse le tableau de variation de f.

5- Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur [0,25; 0,50].

6- Justifie que l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1 est (T) : $y = 2x + 1$.

7-a) Reproduis puis complète le tableau de valeurs : (on arrondira au dixième près)

x	0,5	1	2	3	4
$f(x)$					

7-b) Construis (T) et $(\mathcal{C})$ sur l'intervalle [0,5 ;4].

PARTIE B : Pour la suite (Série A_1uniquement)

On considère la fonction F telle que $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3xlnx + 2$.

1- Montre que F est une primitive de f.

2- Donne la valeur exacte de $F(e)$.

<u>EXERCICE 5</u>: 5 points

Madame LABOSSE est directrice d'une entreprise qui fabrique et vend des téléphones portables. Voici les données techniques pour la direction commerciale :

- La capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 appareils et en général, toute la production est vendue.
- Le coût de production exprimé en milliers de francs pour une quantité x de téléphones est modélisé par la fonction C telle que $C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$.
- La recette de la vente des x téléphones produits est modélisée par la fonction R telle que $R(x) = 480x - 20x^2$.

Madame LABOSSE veut réaliser le maximum de bénéfice. Il te soumet ses préoccupations.

Sachant que le bénéfice est la marge (ou différence) entre les recettes et les coûts (dépenses), réponds à la préoccupation de Madame LABOSSE à l'aide d'une démarche rigoureuse.