GROUPE SCOLAIRE SAINTE FOI
13 BP 1023 Abj. 13
Tél.: 24.39.27.41
ABOBO AVOCATIER

PREPA BAC SESSION 2024

Niveau : *Tle D*

Prof : M. ATADE

Sujet 1

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivie de **V** si elle est vraie ou **F** si elle est fausse.

1. Toute suite croissante et majorée converge.
2. La fonction $\int_1^x \frac{1}{t}\,dt$ est la primitive de la fonction $\ln x$ sur $]0\,;+\infty[$ qui s'annule en 1.
3. Lorsque z est un nombre réel pur négatif alors $\arg(z) = \pi + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
4. Si une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre n et p alors l'écart type de X $\sigma(X) = \sqrt{np}$

EXERCICE 2

Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte. Indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncé		Réponses
1	$\int_e^{e^2} 2x\ln x\,dx$ est	A	$\frac{3}{2}e^4 - \frac{1}{2}e^2$
		B	$\frac{3}{2}e^4 + \frac{1}{2}e^2$
		C	$-\frac{3}{2}e^4 + \frac{1}{2}e^2$
2	Soit $(\mathcal{T})$ des points M d'affixe z tels que $\left\lvert\frac{3+i\sqrt{3}}{4}z - 3 + i\sqrt{3}\right\rvert = \sqrt{3}$. $(\mathcal{T})$ est	A	Le cercle de centre $\omega(2; 2\sqrt{3})$ et rayon 2
		B	Le cercle de centre $\omega(2; -2\sqrt{3})$ et de rayon 2
		C	Le cercle de centre $\omega(2; 2\sqrt{3})$ et rayon 3
3	La dérivée de la fonction $e^x - 1 - xe^x\ln x$ est	A	$(x+1)e^x\ln x$
		B	$-(x+1)e^x\ln x$
		C	$(x-1)e^x\ln x$
4	$\lim\limits_{x\to-1}\cos\left(\frac{\pi x^2-\pi}{x+1}\right)$ égale à	A	0
		B	1
		C	-1

EXERCICE 3

Unité graphique 2cm.

Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - 3iz^2 - (3+i)z - 2 + 2i$

1. a) Calculer $P(-1)$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $P(z) = 0$.
2. Soit f l'application qui, à tout point Md'affixe z $(z \neq -1)$ associe le point M' d'affixez' telle que : $z' = \frac{-iz-2}{z+1}$. A, B, C et E sont les points d'affixes respectives -1 ; 2i ; -i et 1+i.
   a) Placer les points A, B, C et E. Quelle est la nature du quadrilatère ABCE ? Justifier la réponse.
   b) Soit $C' = f(C)$. Donner l'affixe de C' sous la forme algébrique puis sous la forme trigonométrique.
   c) Soit G' le point d'affixe $\frac{1}{2}$. Calculer l'affixe du point G tel que $f(G) = G'$.

EXERCICE 4

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n} \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O,I,J), la courbe (C) ci-dessous représente la fonction f définie sur $]-\infty\,;\,6[$ par : $f(x)=\frac{9}{6-x}$.

1. a) A l'aide de (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$, placer les termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe (OI).
   b) Quelle conjecture peut-on faire quant à la convergence de la suite (u_n) ?
2. Démontrer par récurrence que : $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $u_n < 3$.
3. On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n.
   c) Calculer la limite de la suite (v_n) puis celle de la suite (u_n)

EXERCICE 5

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = -1 + x\ln x$ si $x > 0$ et $f(0) = -1$

1. a) Justifie que f est continue en 0.
   b) Justifie que f n'est pas dérivable en 0.
2. a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.
   b) Etudier les variations de f suivant les valeurs de x
   c) Calculer la limite de f en $+\infty$ puis dresser le tableau de variation de f.
3. a) Démonter que l'équation $\forall x \in]0; +\infty[$ $f(x) = 0$ admet une unique solution α.
   b) Vérifier que $1 < \alpha < 2$.
   c) Trace la courbe représentative(Cf) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique $2cm$.
4. a) On pose $J = \int_1^e f(x)dx$. Calculer J à l'aide d'une intégration par partie.
   b) Déduire l'aire en unité d'aire de la partie du plan délimité par la courbe représentative (Cf) la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

EXERCICE 6

Au cours d'une séance de cours, le professeur de mathématiques d'une classe de F_3 du **C**ollège **S**ainte **F**oi d'Abobo remet à chaque élève une fiche d'informations sur laquelle sont inscrites les informations suivantes :

La température de refroidissement d'un objet, fabriquer industriellement, est modélisée par une fonction f, où pour tout réel $t \geq 0, f(t)$ représente la température de l'objet, exprimée en degrés Celsius, à l'instant t exprimé en heures. La fonction f vérifie la relation : $f' + \frac{1}{2}f = 10$.

Curieux, les élèves décident de déterminer la fonction f, de faire son étude, et d'interpréter les résultats de cette étude.

En utilisant tes connaissances mathématiques acquises au cours de l'année scolaire, détermine la fonction f, étudie la puis interpréter les résultats de cette étude.

NB *: La température initiale de l'objet est 220°C.*