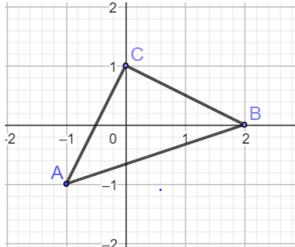
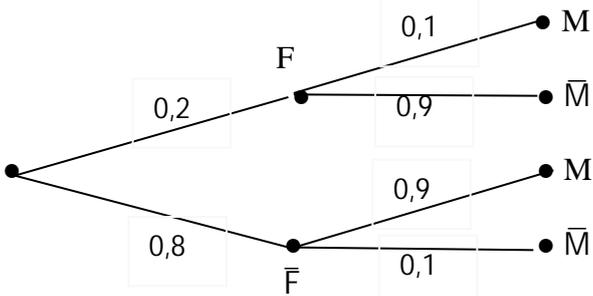


MATHÉMATIQUES

CORRIGÉ – BAREME	Points
EXERCICE 1 (2 pts)	
1 – F; 2 -F;3- V ; 4- F	(0,5)× 4
EXERCICE 2 (2 pts)	
1-A ; 2-B ; 3-C ; 4- D.....	(0.5)× 4
Exercice 3 (3 pts)	
1. a) $(1 + 2i)^2 = -3 + 4i$	0,25
b) $P(z) = (z - 2)(z^2 + z + 1 - i)$	0,5
c) $P(z) = 0 \Leftrightarrow (z - 2)(z^2 + z + 1 - i) = 0$ $\Leftrightarrow (z = 2 \text{ ou } z = i \text{ ou } z = -1 - i)$	1
$S_C = \{2; -1 - i; i\}$	0,25
2. a)	
	0,5
$b) \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{2 - i}{-1 - 2i} = i$ <p>Donc le triangle ABC est rectangle isocèle en C</p>	0,5
EXERCICE 4 (3 pts)	
1.	
	0,5
2. $p(\bar{F} \cap M) = 0,8 \times 0,9 = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}$	0,5
3. $p(M) = p(\bar{F} \cap M) + p(F \cap M) = \frac{18}{25} + \frac{1}{50} = \frac{37}{50}$	0,5
4. a) $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \left(\frac{13}{50}\right)^8 \approx 0,9999791$	0,5
b) $E(X) = 8 \times \frac{37}{50} = 5,92$	0,5
c) Lorsqu'on effectue plusieurs choix de huit élèves de ce lycée, en moyenne presque six élèves ont eu la moyenne au premier trimestre.	0,5

EXERCICE 5 (5 pts)

Partie A

1. $\forall x \in]-\infty; 0]$, $g'(x) = -\frac{2-x}{(1-x)^2}$, $g'(x) \leq 0$

Par suite, g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$.

2- g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et $g(0) = 0$ donc pour tout $x \leq 0$, $g(x) \geq 0$.

Partie B

1- a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0)$ donc f est continue en 0.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{x}} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1-x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ donc f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.

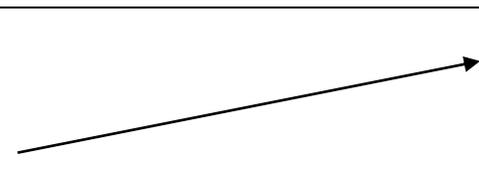
2- a) Justification correcte de :
$$\begin{cases} f'(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \\ f'(x) = g(x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

b) Pour $x > 0$, $\left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} > 0$ et pour $x \leq 0$, $g(x) \geq 0$ donc $\forall x \neq 0$; $f'(x) > 0$.

3- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, la courbe (C) de f admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.

b) Le tableau de variation de f est le suivant:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$



4- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) \right] = -\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = -1$.

0,5

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1)) =$

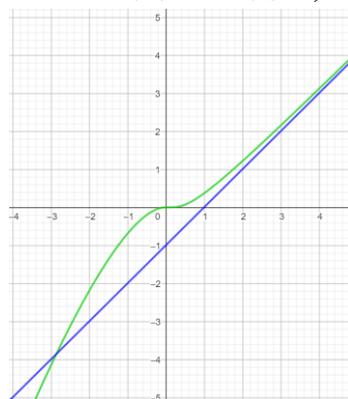
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) + 1 \right) = -1 + 1 = 0$. **0,25**

La droite (D) d'équation : $y = x - 1$ asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

c) Pour $x > 0$, $x \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) > -1$,

$f(x) > x - 1$: (C) est au-dessus de (D) sur l'intervalle $]0; +\infty[$. **0,25**

5- Tracé de (D) et de (C). **0,25 + 0,5**



EXERCICE 6 (5points)

Critères	Indicateurs	Barème de notation
CM1 : Pertinence	<ul style="list-style-type: none"> - Pour répondre à la préoccupation de cet employé, je vais utiliser les suites numériques. - Je définis les suites géométriques traduisant le prix actualisé du véhicule d'une part et le capital acquis par l'employé d'autre part. - J'écris leurs formules explicites. - Je détermine l'année à partir de laquelle le capital de l'employé est supérieur ou égal au prix actualisé du véhicule. 	<p>0,75 point</p> <p>1 ind sur 4 → 0,25</p> <p>2 ind sur 4 → 0,5</p> <p>3 ind sur 4 → 0,75</p>
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	<ul style="list-style-type: none"> • Soit u_n le prix actualisé du véhicule à l'année n. On a : $u_{n+1} = 0,85u_n$ et $u_0 = 30.000.000$ • Soit v_n le capital acquis par l'employé à l'année n. On a : $v_{n+1} = 1,03v_n$ et $v_0 = 6.000.000$ • Les formules explicites : $u_n = 30.000.000 \times 0,85^n$ $v_n = 6.000.000 \times 1,03^n$ • Déterminons la valeur minimum de n telle que $v_n \geq u_n$. $v_n \geq u_n \Leftrightarrow \left(\frac{1,03}{0,85}\right)^n \geq 5 \Leftrightarrow \left(\frac{103}{85}\right)^n \geq 5$ $\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(5)}{\ln\left(\frac{103}{85}\right)} \Leftrightarrow n \geq 8,379$ • Conclusion ; L'employé pourra acquérir ce véhicule à la neuvième année d'épargne. 	<p>2,5 points</p> <p>1 ind sur 5 → 1</p> <p>2 ind sur 5 → 2</p> <p>3 ind sur 5 → 2,5</p>
CM3 : Cohérence de la réponse	<ul style="list-style-type: none"> • Qualité des enchaînements $u_{n+1} = u_n - 0,15u_n = 0,85u_n$ $v_{n+1} = v_n - 0,03v_n = 1,03v_n$ $u_n = u_0 \times 0,85^n$ $v_n = v_0 \times 1,03^n$ • Résultats attendus $n \geq 8,379$ donc $n_0 = 9$ • Résultats en adéquation avec la démarche. 	<p>1,25 point</p> <p>1 ind sur 3 → 0,75</p> <p>2 ind sur 3 → 1,25</p>
C P : Critères de Perfectionnement	Précision (concision), originalité, propreté	<p>0,5 point</p> <p>1 ind sur 3 → 0,25</p> <p>2 ind sur 3 → 0,5</p>