

OSCILLATIONS MECANIKES LIBRES

EXERCICE 1

Le centre d'inertie G d'un solide de masse $m = 0,7 \text{ Kg}$, attaché à l'extrémité libre d'un ressort, a un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'équation horaire est :

$$x(t) = 20 \cos\left(15t + \frac{\pi}{3}\right) ; x \text{ en cm et } t \text{ en s.}$$

1) Déterminer :

- La pulsation propre du mouvement
- L'allongement maximale
- la période propre
- la fréquence propre.

2) a) Donner l'expression la vitesse du centre d'inertie G en fonction du temps.
b) En déduire la vitesse maximale du solide.

4) Calculer l'allongement du mouvement à $t = 2 \text{ s}$.

5) Calculer la raideur k du ressort.

Fomesoutra.com
Docs à portée de main

EXERCICE 2

Un point matériel est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur un axe (x', x) autour de la position $x = 0$. A l'instant $t = 0$, le mobile est situé à l'origine des abscisses ; il est animé d'une vitesse de 50 cm.s^{-1} vers les abscisses positives. La fréquence du mouvement est $N = 6 \text{ Hz}$.

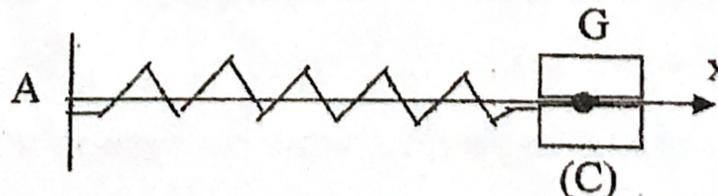
1) Déterminer l'équation horaire $x(t)$ du mouvement du point matériel.

2) Déterminer sa position et sa vitesse à la date $t = 3 \text{ s}$.

EXERCICE 3

On dispose d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$. Dans tout l'exercice, on négligera les frottements. On engage le ressort sur une tige horizontale Ax , l'une de ses extrémités est fixée est A, l'autre est reliée à un cylindre creux C de masse $m = 0,1 \text{ Kg}$ qui peut glisser le long de la tige. L'abscisse x du centre d'inertie G de C est repérée par rapport à O, position de G à l'équilibre.

On écarte le cylindre de sa position d'équilibre et on le lâche. A l'instant $t = 0 \text{ s}$, choisi pour origine des dates, son abscisse est $x_0 = +2 \text{ cm}$ et la vitesse sur Ax est $v_{0x} = -0,2 \text{ m.s}^{-2}$.



1) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur à t_0 . On considère que l'énergie potentielle pour la position d'équilibre du système est nulle.

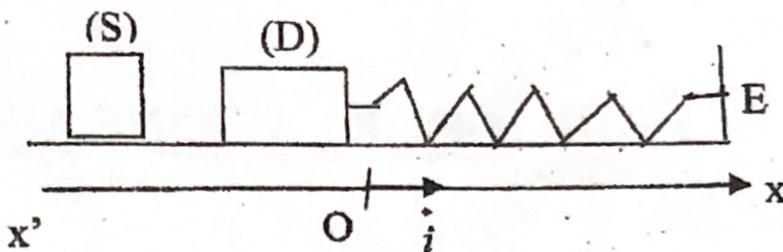
2) En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique, calculer :

- La vitesse de C au passage par la position d'équilibre ;
- Les positions de C pour lesquelles la vitesse s'annule.

3) Etablir l'équation différentielle du mouvement de C. En déduire l'équation horaire du mouvement en prenant pour origine des dates celle précisée plus haut.

EXERCICE 4

Une extrémité d'un ressort d'axe horizontal (x',x) , de raideur k et de masse régligeable, est fixée à une butée fixe E . L'autre extrémité est solidaire d'un palet D de masse M (voir figure ci-contre). Le palet D peut se déplacer sur une table horizontale à coussin d'air d'un mouvement de translation rectiligne suivant l'axe (x',x) .



1) Le palet est écarté de sa position d'équilibre vers la droite, d'une distance a . On le lâche sans vitesse initiale. Montrer que le système constitue un oscillateur sinusoïdal dont on donnera l'équation horaire du mouvement.

On donne $M = 0,72 \text{ Kg}$; $k = 90 \text{ N.m}^{-1}$; $a = 2 \text{ cm}$.

2) Un palet S , de masse $m = 0,18 \text{ Kg}$ est lancé sur le palet D au repos, suivant l'axe (x',x) à la vitesse $\vec{v}_S = 5 \vec{i}$ (v_S en m.s^{-1}). Les deux palets restent accolés.

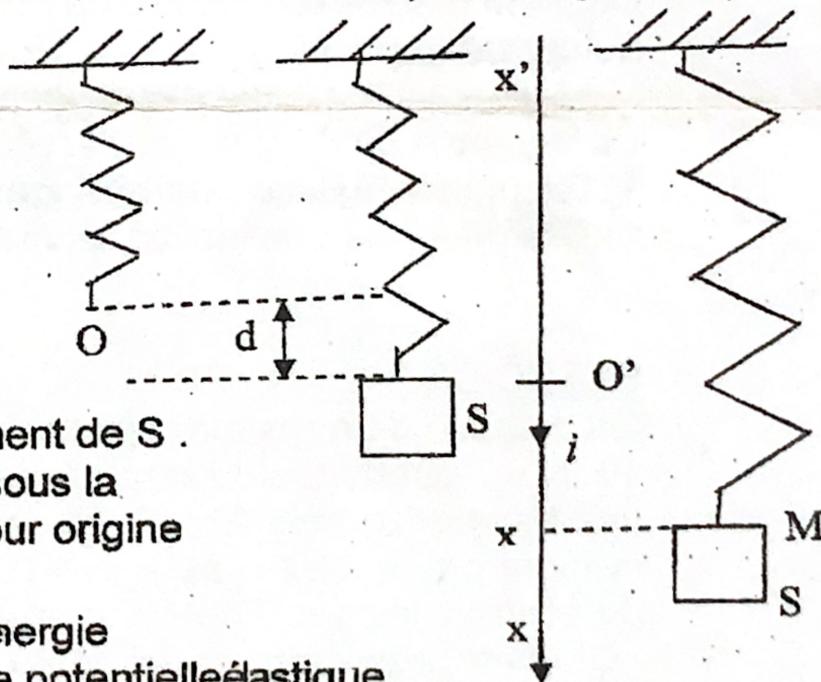
a) A partir de la loi de la conservation de la quantité de mouvement, calculer la vitesse de l'ensemble $(S ; D)$ juste après le choc.

b) Déterminer l'équation horaire du mouvement de $(S ; D)$ après le choc.

EXERCICE 5

On constitue un pendule élastique vertical avec un ressort de raideur $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$ et un solide S de masse $m = 150 \text{ g}$. On négligera les frottements et on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1) Déterminer l'allongement d du ressort.
2) A partir de cette position d'équilibre O' , on écarte le solide S de $b = 6 \text{ cm}$ vers le bas et on le lâche sans vitesse initiale à $t = 0 \text{ s}$. Le solide S se met à osciller autour de O' ; à l'instant de date t quelconque la position du solide S est repérée par $\vec{OM} = x \vec{i}$.



a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S .

b) Ecrire l'équation horaire du mouvement sous la forme $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$, en prenant pour origine des dates celle précisée plus haut.

3) On prendra comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur O' et O pour l'énergie potentielle élastique.

a) Montrer que l'énergie mécanique du système au passage par O' est

$$E_m = \frac{1}{2} (k \cdot d^2 + m v_m^2)$$

b) Montrer que l'énergie mécanique du système au passage par la position maximale

est : $E_m(X_{\max}) = \frac{1}{2} k (d+b)^2 - mgb$. En déduire que $v_{\max} = b \sqrt{\frac{k}{m}}$.