

**ENSA 2018*****EPREUVE DE MATHÉMATIQUES*****EXERCICE 1 : (/4 points)**

1. On donne la valeur exacte :  $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ .
- a- En utilisant la formule  $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ , déterminer la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{8}$ .
- b- En déduire la valeur exacte de  $\cos \frac{5\pi}{8}$  en justifiant votre démarche.
- c- Établir l'égalité  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ .
2. On considère l'expression suivante :  $A = \cos \frac{9\pi}{8} - 3 \cdot \sin \frac{5\pi}{8} + 2 \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$   
Déterminer une écriture de l'expression de  $A$  en fonction des rapports trigonométriques de l'angle  $\frac{\pi}{8}$ .

**EXERCICE 2 : (/ 4 points)**

Une pépinière propose trois types d'arbres : des mandariniers, des pamplemoussiers, des citronniers. Chacun de ses arbres peuvent être achetés à des tailles différentes : soit sous la forme de « jeune pousse » (0,5 mètre), soit sous la forme « adulte » (1 mètre).

A l'âge de jeune pousse, les mandariniers, pamplemoussiers et citronniers valent respectivement 1000 FCFA, 1250 FCFA et 1500 FCFA. Si le client veut acheter la forme adulte, il faut alors qu'il rajoute 500 FCFA.

Lors de son bilan de fin d'année, le gérant remarque que 40% des arbres vendus sont des citronniers et que les mandariniers et les

pamplemoussiers se partagent à parts égales les autres ventes. Le gérant constate aussi que quelque soit le type d'arbres, le quart des ventes s'effectuent toujours sur les arbres « adultes ».

L'expérience aléatoire considérée consiste à tirer au hasard une facture de l'exercice 2015.

On considère les événements suivants :

M: « L'arbre acheté est un mandarinier »

P: « L'arbre acheté est un pamplemoussier »

C: « L'arbre acheté est un citronnier »

J: « L'arbre acheté est une jeune pousse »

1. Dresser un arbre pondéré représentant cette situation.
2. On considère la variable aléatoire  $X$  associant à la facture tirée son montant.
  - a- Dresser le tableau de la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .
  - b- Calculer l'espérance de la variable aléatoire  $X$ .
  - c- Donner l'écart-type de  $X$  au dixième près.

## EXERCICE 2 : ( / 4 points)

### Partie A

Soit  $(U_n)$  la suite définie par son premier terme  $U_0$  et, pour tout entier naturel  $n$ , par la relation :  $U_{n+1} = a \cdot U_n + b$  ( $a$  et  $b$  réels non nuls tels que  $a \neq 1$ ) On pose, pour tout entier naturel  $n$ :

$$V_n = U_n - \frac{b}{1-a}$$

1. Démontrer que, la suite  $(V_n)$  est géométrique de raison  $a$ .

2. En déduire que si  $a$  appartient à l'intervalle  $] -1; 1[$ , alors la suite  $(U_n)$  a pour limite  $\frac{b}{1-a}$

### Partie B

En mars 2015, Amadou achète une plante verte mesurant 80 cm. On lui conseille de la tailler tous les ans, au mois de mars, en coupant un quart de sa hauteur. La plante poussera alors de 30 cm au cours des douze mois suivants.

Dès qu'il rentre chez lui, Amadou taille sa plante.

1. Quelle sera la hauteur de la plante en mars 2016 avant que Ben Idriss ne la taille ?

2. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $h_n$  la hauteur de la plante, avant sa taille, en mars de l'année  $(2015 + n)$ .

a- Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ :  $h_{n+1} = 0,75 \cdot h_n + 30$

b- Conjecturer à l'aide de la calculatrice le sens de variation de la suite  $(h_n)$ . Démontrer cette conjecture (on pourra utiliser un raisonnement par récurrence).

c- La suite  $(h_n)$  est-elle convergente ? Justifier la réponse.

### PROBLEME : (/ 8 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$  et  $h$  la fonction définie sur le même intervalle par :

$$h(x) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 1}).$$

1. Démontrer que  $f$  est une bijection de  $[0; +\infty[$  vers  $]0; \frac{1}{2}]$ .

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm. Tracer dans ce repère les courbes de  $f$  et de  $f^{-1}$

3.

a- Calculer la fonction dérivée de  $h$ .

b- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation  $x = 1$  et la courbe de  $f$ .



THIAM SCIENCES



# Préparation AU CONCOURS ENSA

## MATIÈRE:

- MATHS

## DATE:

- Le 12 AVRIL 2024

## INSCRIPTION:

**2.500 FCFA**



+221 77-850-82-72

