

**BACCALAURÉAT**  
**SESSION 2018**

**Coefficient : 3**  
**Durée : 3 h**

# MATHÉMATIQUES

## SÉRIE A1

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.*

*Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.*

*Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.*

*Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.*

### EXERCICE 1

1. Vérifie que :  $10^3 \times (-10^{-3}) = -1$  et  $10^3 - 10^{-3} = 999,999$ .
2. Justifie que :  $(x + 10^3)(x - 10^{-3}) = x^2 + 999,999x - 1$ .
3. Dédus de la question 2 que  $-10^3$  et  $10^{-3}$  sont les solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  
 $x^2 + 999,999x - 1 = 0$ .
4. Résous dans  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $e^{2x} + 999,999e^x - 1 = 0$ .

### EXERCICE 2

La Commission de discipline d'un lycée a convoqué quatorze (14) élèves, témoins de perturbations de cours dans l'établissement. La Commission a été renseignée sur le fait que cinq (5) de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités.

Dans le but d'identifier les complices, la Commission a auditionné un groupe de trois élèves pris au hasard parmi les 14.

*Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.*

1. Démontre qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de trois (3) élèves.
2. On note A l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ». Justifie que la probabilité de A est égale à  $\frac{42}{182}$ .
3. On note B l'évènement : « Parmi les élèves du groupe choisi figurent exactement deux complices ». Calcule la probabilité de B.
4. On note C l'évènement : « Au moins un élève du groupe choisi est complice ». Calcule la probabilité de C.
5. On note D l'évènement : « Tous les élèves du groupe choisi sont complices ». Démontre que la probabilité de D est égale à  $\frac{5}{182}$ .
6. On note E l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ou bien ils sont tous complices ». Calcule la probabilité de E.
7. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de complices figurant dans le groupe choisi.

On admet que les valeurs prises par  $X$  sont  $0 ; 1 ; 2$  et  $3$ .

a) Établis la loi de probabilité de  $X$ .

(On présentera les résultats dans un tableau.)

b) Détermine l'espérance mathématique de  $X$ .

### EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . L'unité graphique est : 2 cm.

On donne la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = -x + 3 + \ln(x)$ .

On désigne par :

- (C), la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni du repère orthonormé  $(O, I, J)$ .
- (T), la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

#### Partie A

1. a) Calcule  $f(1)$

b) Calcule  $f(4,50)$  et  $f(4,51)$  et donne les résultats arrondis à l'ordre 3.

2. a) Justifie que :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ .

$>0$

b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

3. On admettra que pour tout nombre réel strictement positif,  $f(x) = x(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln(x)}{x})$ .

Calcule :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

#### Partie B

1. On admet que  $f$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$ .

Vérifie que, pour tout nombre réel  $x$  strictement positif,  $f'(x) = \frac{-x+1}{x}$ .

2. a) Étudie les variations de  $f$ .

b) Dresse le tableau de variations de  $f$ .

3. Détermine une équation de (T).

4. Justifie que l'équation  $f(x) = 0$ , admet une solution unique dans l'intervalle  $]4,50 ; 4,51[$ .

On admet que l'équation  $f(x) = 0$ , admet une autre solution dans l'intervalle  $]0,05 ; 0,06[$ .

5. Construis la droite (T) et la Courbe (C) dans le repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

#### Partie C

On considère la fonction  $F$  définie sur  $]0 ; +\infty[$ , par :  $F(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + x \ln(x)$ .

1. Justifie que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

2. Calcule en  $\text{cm}^2$ , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = \frac{9}{2}$ . Donne le résultat arrondi à l'ordre 2.