*R. C. I. - M. E. N. Direction des Examens et Concours * Direction des Examens et Concours * R. C. I. - M. E. N.*

BACCALAURÉAT
SESSION 2011

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE I

1. Vérifier que le couple (1 ; 3) est la solution du système

$$\begin{cases} 3x + 5y = 18 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système

$$\begin{cases} 3e^x + 5e^y = 18 \\ e^x + e^y = 4 \end{cases}$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$ le système

$$\begin{cases} 3 \ln x + 5 \ln y = 18 \\ \ln(xy) = 4 \end{cases}$$

EXERCICE II

A la fête d'un lycée, on met en vente 300 billets de tombola. Le tiers des tickets mis en vente est gagnant. Un élève tire simultanément et au hasard trois tickets. Les tickets sont identiques et indiscernables.
On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

1. Vérifier qu'il y a 100 tickets gagnants.
2. Vérifier que le nombre de tirages possibles est 4 455 100.
3. Calculer la probabilité des événements suivants :
   A " avoir exactement un ticket gagnant".
   B " avoir exactement trois tickets gagnants".
   C " n'avoir aucun ticket gagnant".
   D " avoir au moins un ticket gagnant".
4. Un élève achète trois tickets. Le ticket coûte 200 francs et un ticket gagnant rapporte 500 francs. Soit X la variable aléatoire qui à chaque achat de trois tickets, associe le gain ou la perte réalisée.
   a) Vérifier que les valeurs prises par X sont : – 600 ; – 100 ; 400 et 900.
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.

PROBLÈME

On considère la fonction f dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et définie par :
$f(x) = x + \ln x$.
On note $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
(*Unité graphique : 2 cm*).

1. *a*) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$.

   b) Donner une interprétation graphique de ce résultat.

   c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. *a*) Résoudre dans $]0\,;+\infty[$, l'équation $f(x) = x$.
   b) En déduire les coordonnées du point d'intersection de $(\mathscr{C})$ et de la droite (Δ) d'équation $y = x$.
   c) Etudier la position de la courbe $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite (Δ).

3. *a*) Justifier que pour tout nombre réel x élément de $]0\,;+\infty[$,
   $f'(x) = \dfrac{1+x}{x}$.
   b) Justifier que f est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.
   c) Dresser le tableau de variation de f sur $]0\,;+\infty[$.

4. *a*) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.
   b) Construire (T), la droite (Δ) et $(\mathscr{C})$ dans le plan muni du repère (O, I, J).

5. Soit h la fonction dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et définie par :
   $h(x) = x\ln x - x$.

   a) Justifier que pour tout x élément de $]0\,;+\infty[$, $h'(x) = \ln x$.
   b) En déduire une primitive F de f sur $]0\,;+\infty[$.
   c) Hachurer puis calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par $(\mathscr{C})$, (OI), les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.