BACCALAURÉAT
SESSION 2025

Durée : 4 h
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris, le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

1. u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K. r est un élément de $\mathbb{Q}^*\setminus\{1\}$. Une primitive sur K de la fonction $\frac{u'}{u^r}$ est la fonction $\frac{-1}{(r-1)u^{r-1}}$.

2. Quel que soit le nombre réel a strictement positif, $\ln(\sqrt[3]{a}) = 3lna$.

3. Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω muni d'une probabilité P. La fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = P(X > x)$ est la fonction de répartition de X.

4. Pour tous p élément de $\mathbb{Z}^*$, q élément de $\mathbb{N}^*$ et x un élément de l'intervalle]0 ; +∞[, $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations a, b, c et d permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

1. z est un nombre complexe de module 4. Le conjugué de z est égal à…

a) $\frac{1}{4z}$; *b)* $\frac{4}{z}$; *c)* $\frac{1}{16z}$; *d)* $\frac{16}{z}$.

2. La forme trigonométrique du nombre complexe $-\sqrt{3}+i$ est…

a) $2(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6})$; *b)*$2(cos\frac{-\pi}{6}+isin\frac{-\pi}{6})$; *c)* $2(cos\frac{5\pi}{6}+isin\frac{5\pi}{6})$; *d)*$2(cos\frac{-5\pi}{6}+isin\frac{-5\pi}{6})$.

3. L'intégrale $\int_1^e (lnx+1)dx$ est égal à …

a) $2e$; *b)* $e+1$; *c)* e ; *d)* $e-1$.

4. L'image de 4 par le prolongement par continuité g de la fonction f définie sur [0 ; 4[par : $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$ est …

a) 0 ; *b)* $\frac{1}{8}$; *c)* $\frac{1}{16}$; *d)* $\frac{1}{32}$.

EXERCICE 3 **(3 points)**

Soit le polynôme P défini dans $\mathbb{C}$, par : $P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (1+4i)z + 1 - 2i$.

1. Calcule $P(i)$.

2. Vérifie que : $\forall\ z \in \mathbb{C}, P(z) = (z-i)[z^2 - (3+i)z + 2 + i]$.

3. Vérifie que $1 + i$ est une racine carrée de $2i$.

4. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $P(z) = 0$.

EXERCICE 4 **(3 points)**

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2} \end{cases}$.

On admet que : $\forall\ n \in \mathbb{N}, \quad 0 \leq u_n \leq 1$.

1. *a*) Démontre que la suite (u_n) est croissante.
b) Déduis-en que la suite (u_n) est convergente.

2. Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$.
a) Démontre que : $\forall\ x \in [\,0\,;\,1],\quad |f'(x)| \leq \frac{3}{4}$.
b) En utilisant l'inégalité des accroissement finis, démontre que :
$\forall\ n \in \mathbb{N}, \quad |u_{n+1} - 1| \leq \frac{3}{4}|u_n - 1|$.
c) Démontre par récurrence que : $\forall\ n \in \mathbb{N},\ |u_n - 1| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
d) Déduis-en la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 5 **(5 points)**

Soit f la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$.
On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.
(D) est la droite d'équation : $y = 2x - 1$.

1. *a*) Calcule la limite de f en 0.
b) Calcule la limite de f en $+\infty$.

2. On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
a) Démontre que : $\forall\ x \in\ ]0\,;\ +\infty[, f'(x) = \frac{(2e^x-1)(e^x-2)}{(e^x-1)^2}$.
b) Déduis-en que f est strictement décroissante sur $]0\,;\,ln2[$ et strictement croissante sur $]\,ln2\,;+\infty[$.
c) Dresse le tableau de variation de f.

3. *a)* Justifie que $(\mathscr{C})$ est au-dessus de (D) sur]0 ; +∞[.

b) Vérifie que : $\forall x \in \,]0; +\infty[, f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$.

c) k désigne un nombre réel supérieur ou égal à 2.
On désigne par $A(k)$ l'aire en cm² du domaine limité par $(\mathscr{C})$, la droite (D) et les droites d'équations $x = ln2$ et $x = lnk$.
Démontre que : $A(k) = 4[ln2 + \ln\left(\frac{k-1}{k}\right)]$ cm².

d) Calcule : $\lim\limits_{k \to +\infty} A(k)$.

EXERCICE 6 (5 points)

A l'occasion d'une journée récréative, un groupe d'élèves de Terminale D, organise une loterie dans laquelle une mise en francs CFA est demandée avant de jouer.
Le jeu consiste à tirer simultanément deux boules dans une urne qui en contient six, toutes indiscernables au toucher, dont 2 blanches, 3 noires et une verte.

Si le joueur obtient deux boules de couleurs différentes, il ne reçoit rien.
Si le joueur obtient deux boules noires, il reçoit 500 francs CFA.
Si le joueur obtient deux boules blanches, il reçoit le double de sa mise.

Les organisateurs voudraient connaitre le montant minimal à fixer comme mise pour espérer ne pas perdre dans ce jeu.
Ne sachant comment s'y prendre, ils te sollicitent.

A l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, apporte une réponse à la préoccupation des organisateurs de cette loterie.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2025

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DATE :** 17/06/2025 **HEURE :** ....

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national, il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée. Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat. A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points, sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note 00 (zéro). Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat. Le critère de perfectionnement (CP) est à appliquer à l'ensemble de la production de l'exercice 6.	

EPREUVE : Mathématiques DATE : 17/06/25 HEURE : .... SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
Exercice 1 (2 points)	
1- VRAI 2- FAUX 3- FAUX 4- VRAI	0,5 x 4
Exercice 2 (2 points)	
1- d 2- C 3- C 4- d	0,5 x 4
Exercice 3 (3 points)	
1- $P(i)=0$	0,5
2- Vérification correcte de $P(z)=(z-i)[z^2-(3+i)z+2+i]$	0,5
3- $(1+i)^2=1+2i-1=2i$ ou autre méthode	0,5
4- $P(z)=0 \iff z-i=0$ ou $z^2-(3+i)z+2+i=0$	0,25
$\Delta=2i$	0,5
$z_1=1\ ;\ z_2=2+i$	0,25 x 2
$S_{\mathbb{C}}=\{i\ ;1\ ;2+i\}$	0,25
Exercice 4	
1- a) $\forall n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}-u_n=\dfrac{1-u_n^2}{u_n+2}$	
$\forall n\in\mathbb{N},\ 0\leq u_n\leq 1$, d'où : $u_n+2>0$ et $1-u_n^2\geq 0$	

EPREUVE : Mathématiques DATE : 17/06/2025 HEURE :............SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
Donc $u_{n+1}-u_n \geq 0$. D'où (u_n) est croissante. ----	0,5
b) (u_n) est croissante et majorée (par 1), donc elle est convergente. --	0,5
2-a) $\forall x \in [0;1]$, $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$ ---	0,25
On obtient : $\frac{1}{3} \leq f'(x) \leq \frac{3}{4}$. Donc : $\lvert f'(x)\rvert \leq \frac{3}{4}$. ----	0,25
b) En utilisant l'inégalité des accroissements finis sur $[0;1]$, avec $u_n \in [0;1]$ et $1 \in [0;1]$, on obtient : $\lvert f(u_n)-f(1)\rvert \leq \frac{3}{4}\lvert u_n-1\rvert$ Donc : $\lvert u_{n+1}-1\rvert \leq \frac{3}{4}\lvert u_n-1\rvert$ --	0,5
c) Raisonnement par récurrence $\lvert u_0-1\rvert = 1$ et $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$. On a : $1 \leq 1$, d'où $\lvert u_0-1\rvert \leq \left(\frac{3}{4}\right)^0$	0,25
Supposons que pour un entier naturel k $(k \geq 0)$, on a : $\lvert u_k-1\rvert \leq \left(\frac{3}{4}\right)^k$ $\frac{3}{4}\lvert u_k-1\rvert \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{k+1}$ D'après 2-b), on a : $\lvert u_{k+1}-1\rvert \leq \frac{3}{4}\lvert u_k-1\rvert$	0,25

CORRIGE	BAREME
Donc : $\lvert u_{k+1}-1\rvert \leq \frac{3}{4}\lvert u_k-1\rvert \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{k+1}$	
Ainsi : $\forall n\in\mathbb{N},\ \lvert u_n-1\rvert \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$. — —	0,25
d) $\lim \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$, donc $\lim u_n = 1$. — —	0,25
Exercice 5 (5 points)	
1- a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$ — — — — — —	0,5
b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ — — — — —	0,5
2- a) $\forall x\in\,]0;+\infty[,\ f'(x) = 2 - \frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ — —	0,5
$= \frac{(2e^x-1)(e^x-2)}{(e^x-1)^2}$ —	0,25
b) Justification correcte du signe de la dérivée	
$\begin{cases} \forall x\in\,]0;\ln 2[,\ f'(x)<0 \\ \forall x\in\,]\ln 2;+\infty[,\ f'(x)>0 \end{cases}$ — —	0,5
Déduction du sens de variation de f. — —	0,25
c)	0,25

x	0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$2\ln 2$	↗	$+\infty$

CORRIGE	BAREME
3-a) $\forall x \in]0;+\infty[,\ f(x)-(2x-1) = \frac{1}{e^x-1}$	0,25
$\forall x > 0,\ e^x-1>0$, d'où $f(x)-(2x-1)>0$	0,25
Donc (C) est au-dessus de (D) sur $]0;+\infty[$	
b) Vérification correcte de :	
$\forall x \in]0;+\infty[,\ f(x) = 2x-2+\frac{e^x}{e^x-1}$	0,5
c) $\mathcal{A}(k) = \int_{\ln 2}^{\ln k} [f(x)-(2x-1)]\,dx \times UA$	0,25
$= \int_{\ln 2}^{\ln k} \left[-1+\frac{e^x}{e^x-1}\right] dx \times 4\,cm^2$	0,25
$= \left[-x+\ln(e^x-1)\right]_{\ln 2}^{\ln k} \times 4\,cm^2$	0,25
$= 4\left[\ln 2 + \ln\left(\frac{k-1}{k}\right)\right] cm^2$	0,25
d) $\lim_{k \to +\infty} \mathcal{A}(k) = 4\ln 2\ cm^2$	0,25

Exercice 6 (5 points)

Réponse attendue

Pour apporter une réponse à la préoccupation des organisateurs, je vais utiliser la leçon : Probabilité conditionnelle et variable aléatoire.

Pour cela, je vais :

- utiliser la variable aléatoire qui est égale au gain algébrique du joueur et donner ses valeurs ;
- déterminer la loi de probabilité de cette variable aléatoire ;

CORRIGE | **BAREME**

- Calculer son espérance mathématique en fonction de la mise ;
- poser que l'espérance mathématique est inférieure ou égale à 0 et résoudre une inéquation.

Soit m la valeur de la mise.

X est la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur. Les valeurs de X sont : $-m$; $500-m$ et m.

Loi de probabilité de X

x_i	$-m$	$500-m$	m
$p(X=x_i)$	$\frac{11}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$

* Calculons $E(X)$

$$E(X) = \frac{1500-13m}{15}$$

* $E(X) \leq 0 \Rightarrow m \geq 115,3$.

Donc le montant minimal à fixer comme mise pour que les organisateurs ne perdent pas à ce jeu est 120 francs CFA (On acceptera 116 francs CFA).

EPREUVE : Mathématiques DATE : 17/06/25 HEURE :............SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
BARÈME CRITÉRIÉ	

CRITERES	INDICATEURS	BARÈME
CM1 : Pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé	* Je vais utiliser la leçon : Probabilité conditionnelle et variable aléatoire Pour cela, je vais : * utiliser une variable aléatoire et donner ses valeurs ; * déterminer la loi de probabilité de cette variable aléatoire ; * calculer son espérance mathématique en fonction de la mise ; * poser que l'espérance mathématique est inférieure ou égale à zéro et résoudre une inéquation.	0,75 pt 1 ind sur 5 → 0,25 2 ind sur 5 → 0,5 3 ind sur 5 → 0,75 Règle de 2/3 $\frac{2}{3} \times 5 = 3,33$ arrondi à 3
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	* X est la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur ; * Présence des valeurs de X : $-m$; $500-m$; m (m désigne la mise) ; * présence du calcul de E(X) $E(X)=\frac{1500-13m}{15}$	2,5 pts 1 ind sur 6 → 0,75 2 ind sur 6 → 1,5 3 ind sur 6 → 2

EPREUVE : Mathématiques DATE : 17/06/25 HEURE :............SERIE(S) D

CORRIGE		BAREME
	* poser $E(X) \leq 0$; * résoudre l'inéquation : $E(X) \leq 0$.	4 ind sur 6 → 2,5 Règle de 2/3 $\frac{2}{3} \times 6 = 4$
CM3 : Cohérence de la réponse	* Le résultat produit est conforme au résultat attendu (La valeur de $E(X)$ calculée est juste) * Le résultat produit est en adéquation avec la démarche. (formules justes même si le modèle est faux) * La qualité des enchaînements de la démarche * La Conclusion (la valeur minimale de la mise est de 120 francs CFA (ou 116 francs CFA)	1,25 pts 1 ind sur 4 → 0,5 2 ind sur 4 → 1 3 ind sur 4 → 1,25 Règle des 2/3 $\frac{2}{3} \times 4 = 2,66...$ arrondi à 3
CP (Concision, originalité, bonne présentation)	* Propriété de la production (Présence de titres des étapes, pas de rature et de surcharge) * Démarche non classique au-delà de la production attendue * Production juste en peu de mots (esprit de synthèse)	0,5 pts 1 ind sur 3 → 0,25 2 ind sur 3 → 0,5 Règle des 2/3 $\frac{2}{3} \times 3 = 2$.