

# MATHÉMATIQUES

## SÉRIE D

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.*  
*Toute calculatrice scientifique et non graphique est autorisée.*

### EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

- $u$  et  $v$  sont deux fonctions numériques,  $x_0$ ,  $\ell$  et  $m$  trois nombres réels de  $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$ .  $v$  est continue en  $\ell$ .  
Si  $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = \ell$  et  $\lim_{x \rightarrow \ell} v(x) = m$ , alors  $\lim_{x \rightarrow x_0} v \circ u(x) = m$ .
- Soit  $f$  une bijection d'un intervalle  $K$  sur  $f(K)$  et  $f^{-1}$  sa bijection réciproque.  
 $a$  est un élément de  $K$  tel que  $f'(a) = 0$ .  
Si  $f(a) = b$ , alors  $f^{-1}$  est dérivable en  $b$ .
- $(X; Y)$  est une série statistique double.  
Soit  $(D)$  une droite d'équation  $x = \alpha y + \beta$ .  
Si  $(D)$  est la droite de régression de  $X$  en  $Y$ , alors  $\alpha = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{V(X)}$ .
- Si  $E$  et  $F$  deux événements d'un univers  $\Omega$ , de probabilités non nulles, alors  $P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap \bar{F})$ .

### EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

- Soit  $S$  une similitude directe du plan d'écriture complexe  $z' = bz + c$ , où  $b \in \mathbb{C}^*$  et  $c \in \mathbb{C}$ .  
Si  $b \neq 1$ , alors  $S$  admet un point invariant dont l'abscisse est :  
A)  $\frac{b}{1-c}$  ; B)  $\frac{c}{1-b}$  ; C)  $\frac{1}{c-b}$  ; D)  $\frac{b}{c-b}$ .
- L'équation différentielle  $y' - \frac{1}{3}y = 2$  a pour solutions sur  $\mathbb{R}$ , les fonctions de la forme :  
A)  $x \mapsto ke^{-\frac{1}{3}x} + \frac{1}{6}$  ; B)  $x \mapsto ke^{\frac{1}{3}x} + 6$  ; C)  $x \mapsto ke^{-\frac{1}{3}x} - \frac{1}{6}$  ; D)  $x \mapsto ke^{\frac{1}{3}x} - 6$ .
- Une primitive sur  $]0; \frac{\pi}{2}[$  de la fonction  $x \mapsto \frac{\cos x}{\sin^2 x}$  est...  
A)  $x \mapsto -\frac{1}{\sin x}$  ; B)  $x \mapsto -\frac{1}{\cos x}$  ; C)  $x \mapsto \frac{1}{\sin x}$  ; D)  $x \mapsto \frac{1}{\cos x}$ .
- L'ensemble des solutions dans  $\mathbb{R}$ , de l'inéquation :  $\ln(4-x) \geq \ln(x-3)$  est ...  
A)  $]0; \frac{7}{2}]$  ; B)  $] \frac{7}{2}; +\infty[$  ; C)  $]3; \frac{7}{2}]$  ; D)  $[\frac{7}{2}; 4[$ .

**EXERCICE 3** (3 points)

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 4, & u_1 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, & u_{n+2} = \frac{4}{5}u_{n+1} - \frac{4}{25}u_n \end{cases}$$

On pose :  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_{n+1} - \frac{2}{5}u_n$ .

1. a) Justifie que  $v_0 = \frac{17}{5}$   
 b) Démontre que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{2}{5}$ .  
 c) Exprime  $v_n$  en fonction de  $n$ .
2. On pose :  $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{u_n}{v_n}$ .  
 a) Calcule  $w_0$ .  
 On admet que  $(w_n)$  est une suite arithmétique de raison  $\frac{5}{2}$ .  
 b) Exprime  $w_n$  en fonction de  $n$ .  
 c) Démontre que :  $u_n = \frac{2^{n-1}}{5^n} (17n + 8)$ .

**EXERCICE 4** (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ .

On considère dans  $\mathbb{C}$ , le polynôme  $P$  défini par :

$$P(z) = z^3 - 13z^2 + 59z - 87.$$

1. a) Détermine les nombres réels  $a$  et  $b$  tels que :  
 $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$ .  
 b) On admet que :  $a = -10$  et  $b = 29$ .  
 Résous dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $P(z) = 0$ .
2. Soit les points A, B et C d'affixes respectives : 3 ;  $5 - 2i$  ;  $5 + 2i$ .  
 a) Vérifie que :  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -i$ .  
 b) Déduis-en la nature du triangle ABC.
3. Détermine l'écriture complexe de la rotation de centre A qui transforme B en C.

**EXERCICE 5** (5 points)

On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$ , par  $g(x) = e^x - \ln x - 1$ .

On admet que :  $\forall x \in ]0; +\infty[, g(x) > 0$ .

Soit  $f$  la fonction définie par :  $\begin{cases} f(x) = e^x - x \ln x, & x > 0 \\ f(0) = 1. \end{cases}$

On désigne par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique 2 cm.

1. a) En remarquant que, pour tout  $x$  élément de  $]0 ; +\infty[$ ,  $e^x - x \ln x = e^x(1 - \frac{x^2}{e^x} \times \frac{\ln x}{x})$ , justifie que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .  
 b) Calcule la limite en  $+\infty$  de  $\frac{f(x)}{x}$ . (on remarquera que  $\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x}(1 - \frac{x^2}{e^x} \times \frac{\ln x}{x})$ .  
 c) Interprète graphiquement les résultats obtenus.
2. a) Justifie que  $f$  est continue en 0.  
 b) Pour tout  $x$  élément de  $]0 ; +\infty[$ , justifie que :  $\frac{f(x)-f(0)}{x} = \frac{e^x-1}{x} - \ln x$ .  
 c) Étudie la dérivabilité de  $f$  en 0.
3. On admet que  $f$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$ .  
 a) Pour tout élément  $x$  de  $]0 ; +\infty[$ , justifie que :  $f'(x) = g(x)$ .  
 b) Dresse le tableau de variation de  $f$ .
4. a) Soit  $\lambda$  un nombre réel de  $]0 ; 1[$ . On pose :  $K = \int_{\lambda}^1 x \ln x dx$ .  
 À l'aide d'une intégration par parties, démontre que :  $K = \frac{1}{4}\lambda^2 - \frac{1}{2}\lambda^2 \ln \lambda - \frac{1}{4}$ .  
 b) Calcule en  $\text{cm}^2$ , l'aire  $A_{\lambda}$  de la partie du plan limitée par  $(\mathcal{C})$ , l'axe  $(OI)$ , les droites d'équations  $x = \lambda$  et  $x = 1$ .  
 c) Calcule la limite de  $A_{\lambda}$  lorsque  $\lambda$  tend vers 0.

#### **EXERCICE 6** (5 points)

Un centre de données situé à Abidjan est équipé de 10 serveurs identiques, chacun fonctionnant indépendamment des autres. Chaque jour, la probabilité qu'un serveur tombe en panne est  $q = 0,1$ . Le système est considéré comme « opérationnel » si au moins 8 serveurs fonctionnent correctement dans la journée.

A l'occasion d'un séminaire international à l'hôtel Ivoire, les données du centre seront sollicitées. Soucieux de la qualité du service pendant les 5 jours de séminaire, le nouveau directeur surveille quotidiennement l'état (opérationnel ou non) du centre.

On suppose que l'état d'un serveur est indépendant d'un jour à l'autre.

Le Directeur souhaite être rassuré : pour cela, il faudra que la probabilité que le centre soit opérationnel au cours d'une journée dépasse 0,90 et que la probabilité que le centre fonctionne sans interruption durant les 5 jours dépasse 0,60.

1. Justifie que la probabilité que le centre soit opérationnel au cours d'une journée est de 0,9298.
2. À l'aide d'une production argumentée, indique si le Directeur peut être rassuré ou non.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

# BACCALAUREAT – SESSION 2026

ÉPREUVE : ..... MATHÉMATIQUES ..... DATE : 16/06/2026 HEURE : .....

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

D

| CORRIGE                                                                                                                             | BAREME               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| <u>EXERCICE N°1 (2 points)</u>                                                                                                      |                      |
| 1- VRAI ; 2- FAUX ; 3- FAUX ; 4- VRAI                                                                                               | 0,5 x 4              |
| <u>EXERCICE N°2 (2 points)</u>                                                                                                      |                      |
| 1- B ; 2- D ; 3- A ; 4- C                                                                                                           | 0,5 x 4              |
| <u>EXERCICE N°3 (3 points)</u>                                                                                                      |                      |
| 1) a) $V_0 = U_1 - \frac{2}{5} U_0$<br>$V_0 = \frac{17}{5}$                                                                         | 0,25<br>0,25         |
| 1b) $V_{n+1} = U_{n+2} - \frac{2}{5} U_{n+1}$<br>$V_{n+1} = \frac{2}{5} (U_{n+1} - \frac{2}{5} U_n)$<br>$V_{n+1} = \frac{2}{5} V_n$ | 0,25<br>0,25<br>0,25 |
| 1c) $V_n = V_0 \times q^n$<br>$V_n = \frac{17}{5} \times (\frac{2}{5})^n$                                                           | 0,25<br>0,25         |

| EPREUVE : ..... MATHEMATIQUES DATE : ..... 16/06/2026 HEURE : ..... SERIE(S) : D                               |              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| CORRIGE                                                                                                        | BAREME       |
| 2a) $w_0 = \frac{20}{17}$                                                                                      | 0,25         |
| 2b) $w_n = w_0 + nr$<br>$w_n = \frac{20}{17} + \frac{5}{2}n$                                                   | 0,25<br>0,25 |
| 2c) Démonstration correcte de $U_n = \frac{2^{n-1}}{5^n} (17n+8)$                                              | 0,5          |
| <u>Exercice n°4 (3 points)</u>                                                                                 |              |
| 1a) Détermination correcte de a et b :<br>$a = -10$ et $b = 29$                                                | 0,5          |
| 1.b) Résolution de l'équation $P(z) = 0$ .                                                                     |              |
| $P(z) = 0 \Rightarrow z - 5 = 0$ ou $z^2 - 10z + 29 = 0$<br>* $z^2 - 10z + 29 = 0$                             | 0,25         |
| $\Delta = -16 = (4i)^2$                                                                                        | 0,25         |
| $z_1 = 5 - 2i$ et $z_2 = 5 + 2i$                                                                               | 0,25         |
| * $S_{\mathbb{C}} = \{3; 5 - 2i; 5 + 2i\}$                                                                     | 0,25         |
| 2a) Vérification correcte $\frac{\partial B - \partial A}{\partial C - \partial A} = -i$                       | 0,5          |
| 2b) Le triangle ABC est rectangle et isocèle (le candidat n'est pas obligé de préciser le sommet principal A). | 0,25         |
| 3) Détermination correcte de l'écriture complexe<br>$z' = iz + 3 - 3i$                                         | 0,75         |

CORRIGE

BAREME

EXERCICE 5 (5 points)

1a) Justification correcte de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0,25

1b) Calcul correct :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

0,5

1c) La courbe (C) admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en  $+\infty$ .

0,25

2a) Justification correcte de la continuité de  $f$  en 0.

0,5

2b) Justification correcte :  $\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \frac{e^x-1}{x} - \ln x$

0,25

2c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty$

0,25

$f$  n'est pas dérivable en 0

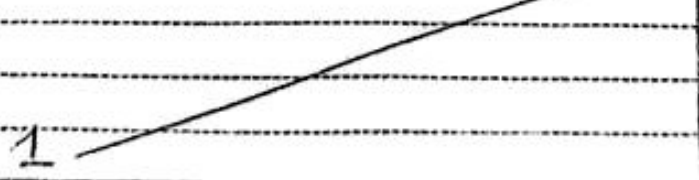
0,25

3a) Justification correcte de  $f'(x) = g(x)$

0,5

3b) Tableau de variation de  $f$ .

|         |   |           |
|---------|---|-----------|
| $x$     | 0 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |   | +         |
| $f(x)$  |   | $+\infty$ |



0,5

4a)

$$\begin{cases} u(x) = \ln x \\ v'(x) = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

0,25

| CORRIGÉ                                                                                           | BAREME |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| $K = \left[ \frac{u^2}{2} \ln u \right]_2^1 - \int_2^1 \frac{u}{2} du$                            |        |
| $= \left[ \frac{u^2}{2} \ln u \right]_2^1 - \left[ \frac{u^2}{4} \right]_2^1$                     | 0,25   |
| $= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{4}$                                                 | 0,25   |
| $4b) A_\lambda = \int_2^1 f(u) du \cdot u_a$                                                      | 0,25   |
| $= \left( \int_2^1 e^u du - K \right) \cdot u_a$                                                  | 0,25   |
| $A_\lambda = (4e - 4e^{\frac{1}{\lambda}} - \lambda^2 + 2\lambda^2 \ln \lambda + 1) \text{ cm}^2$ | 0,25   |
| $4c) \lim_{\lambda \rightarrow 0} A_\lambda = (4e - 3) \text{ cm}^2$                              | 0,25   |

| CORRIGE                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | BAREME |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <p>EXERCICE 6</p> <p>1) Soit <math>X</math> la variable aléatoire représentant le nombre de serveurs qui fonctionnent correctement un jour donné. <math>n = 10</math>.</p> <p>La probabilité qu'un serveur fonctionne est <math>p = 1 - q = 0,9</math>. <math>X</math> suit la loi binomiale de paramètres <math>n = 10</math> et <math>p = 0,9</math>.</p> <p>Le système est opérationnel si <math>X \geq 8</math>.</p> $P(X \geq 8) = P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)$ $P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ $P(X=8) = C_{10}^8 (0,9)^8 (0,1)^2 = 0,1937$ $P(X=9) = C_{10}^9 (0,9)^9 (0,1)^1 = 0,3874$ $P(X=10) = (0,9)^{10} = 0,3487$ $P(X \geq 8) = 0,1937 + 0,3874 + 0,3487$ $= 0,9298$ <p>Le centre a 92,98% de chance de fonctionner chaque jour.</p> <p>2) <math>(0,9298)^5 = 0,6916</math></p> $0,6916 > 0,6$ <p>Le directeur peut être rassuré.</p> |        |

| CORRIGÉ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                 | BAREME                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| EXERCICE N°6 (5 points)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                 |                                                                         |
| Consigne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | CM1: Pertinence                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | CM2: Utilisation correcte des outils mathématiques en situation                                                                                                                                                       | CM3: Cohérence de la réponse                                                                                                                                                    | C.P                                                                     |
| <p>Consigne ①</p> <p>- Utilisation de la leçon: Probabilité conditionnelle et Variable aléatoire.</p> <p>- Définition d'une variable aléatoire <math>X</math> égale au nombre de serveurs qui fonctionnent sur <math>X</math>.</p> <p>- <math>X</math> suit une loi binomiale de paramètres <math>n=10</math> et <math>p=0,9</math>.</p> <p>- Calcul <math>P</math> de <math>P(X \geq 8)</math>.</p> | <p>- Présence de <math>P(X=k) = C_{10}^k (0,9)^k (0,1)^{10-k}</math>.</p> <p>- Présence de <math>P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)</math>.</p> <p>- Présence de <math>C_{10}^8 (0,9)^8 (0,1)^2 + C_{10}^9 (0,9)^9 (0,1)^1 + C_{10}^{10} (0,9)^{10} (0,1)^0</math>.</p> <p>- <math>P(X \geq 8) \approx 0,9298</math>.</p> | <p>- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (La probabilité obtenue est 0,9298).</p> <p>- Le résultat obtenu est en adéquation avec la démarche.</p> <p>- Qualité des enchaînements de la démarche.</p> | <p>- Production juste en peu de mots.</p> <p>- Démarche correcte non classique au delà de la production attendue.</p> <p>- Présence de titres, d'étapes, absence de ratage.</p> |                                                                         |
| Bareme                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1 ind sur 4 $\rightarrow 0,25$<br>A partir de 2 ind sur 4 $\rightarrow 0,5$                                                                                                                                                                                                                                      | 1 ind sur 4 $\rightarrow 0,5$<br>2 indices sur 4 $\rightarrow 1$<br>A partir de 3 ind sur 4 $\rightarrow 1,5$                                                                                                         | 1 ind sur 3 $\rightarrow 0,33$<br>A partir de 2 ind sur 3 $\rightarrow 0,5$                                                                                                     | 1 ind sur 3 $\rightarrow 0,25$<br>A partir de 2 sur 3 $\rightarrow 0,9$ |

