BACCALAUREAT BLANC REGIONAL
Session : Avril 2023

Durée : 4 heures
Coefficient : 4

# MATHEMATIQUES

## Série D

*Toute calculatrice scientifique est autorisée*
*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3*

**Exercice 1 (2 points)**

Pour chaque énoncé, écris le numéro de l'énoncé suivi de vrai si l'énoncé est correct ou de faux si l'énoncé est faux.

1) L'écriture $z' = 2iz + 3$ est l'écriture complexe d'une homothétie.

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^4} = 0$

3) Soit $g$ une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Si $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = -7$ alors $g$ admet un prolongement par continuité en 2.

4) $\alpha$ étant un nombre réel non nul et différent de -1, la fonction $x \mapsto \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}$ est une primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction $x \mapsto x^{\alpha}$.

**Exercice 2 (2 points)**

Pour chacun des énoncés ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspond à la bonne réponse.

| N° | Enoncés | | REPONSES |
|---|---|---|---|
| 1 | La solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $3^{x+1} = 8$ est égale à … | A | $\frac{3}{8}$ |
| | | B | $\frac{\ln 8}{\ln 3} - 1$ |
| | | C | $\ln\left(\frac{8}{3}\right) - 1$ |
| 2 | $n$ est un entier relatif. Le nombre complexe $(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5})^n$ est égal à… | A | $(n\cos\frac{\pi}{5} + in\sin\frac{\pi}{5})$ |
| | | B | $\cos\frac{n\pi}{5} + i\sin\frac{n\pi}{5}$ |
| | | C | $\cos^n(\frac{\pi}{5}) + i\sin^n(\frac{\pi}{5})$ |
| 3 | Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. On donne les points K $(-2 + i)$ et L$(-4)$. L'ensemble des points M$(z)$ tels que : $\lvert z + 2 - i\rvert = \lvert z + 4\rvert$ est … | A | Le cercle de diamètre [KL] |
| | | B | La droite (KL) |
| | | C | La médiatrice du segment [KL] |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{4}$<br>La variance de X est égale à ... | A | $\frac{15}{4}$ |
| | | B | $\frac{15}{16}$ |
| | | C | $\frac{23}{4}$ |

**Exercice 3** (2,5 points)

Soit $h$ la fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{x(x-1)^2}$

1) Justifie que : pour tout $x > 1$, $h(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$.

2) Détermine les primitives de $h$ sur $]1;+\infty[$.

3) a) Justifie que la fonction $x \mapsto 5 - \frac{1}{x-1} - \ln(x-1) + \ln(x)$ est une primitive sur $]1;+\infty[$ de la fonction $h$.

b) Détermine la primitive $F$ de $h$ sur $]1;+\infty[$ qui prend la valeur $\ln 2$ en 2.

**Exercice 4** (4 points)

On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P$ définie par : $P(z) = z^3 - (7+6i)z^2 + (10+26i)z + 6 - 24i$.

1) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z-3)[z^2 + (-4-6i)z - 2 + 8i]$.

2) Soit l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $z^2 + (-4-6i)z - 2 + 8i = 0$.

a- Justifie que le discriminant de (E) est : $(2+4i)^2$.

b- Résous l'équation (E).

3) Déduis des questions précédentes, la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

4) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O,I,J). Unité graphique 2cm.

On considère les points E, F et G d'affixes respectives $1+i$, $3$ et $3+5i$.

Soit S la similitude directe de centre E qui transforme F en G.

a- Place les points E, F et G.

b- Justifie que l'écriture complexe de S est : $z' = 2iz + 3 - i$.

c- Détermine les éléments caractéristiques de S.

d- Déduis-en la nature du triangle EFG.

**Exercice 5** (4,5 points)

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

Soit la fonction $f$ définie sur $]-\infty;0]$ par : $\begin{cases} f(x) = xe^{\frac{1}{x}} + 1, si\ x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$.

On désigne par (C) la courbe représentation de $f$.

1) Etudie la continuité de $f$ en 0.

2) a- Démontre que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0$.

b- Donne une interprétation graphique du résultat de la question 2) a-

3) a- Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b- Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.

4) On admet que $f$ est dérivable sur $]-\infty; 0]$ et on note $f'$ sa dérivée.

a- Démontre que : $\forall x \in ]-\infty; 0[$ , $f'(x) = \frac{x-1}{x} e^{\frac{1}{x}}$.

b- Justifie que $f$ est strictement croissante sur $]-\infty; 0]$.

c- Dresse le tableau de variation de $f$.

5) Justifie que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ tel que : $-1{,}8 < \alpha < -1{,}7$.

6) Construis (D) et (C) (unité graphique 2cm).

**Exercice 6 (5 points)**

Lors d'une sortie de leur promotion, les élèves de la terminale D d'un établissement de la DRENA de Gagnoa, visitent une agence de sécurité. Ce jour, se déroule un concours pour intégrer cette agence. La dernière épreuve éliminatoire est une épreuve de tirs à l'arc avec une cible située à 25m. A l'issue d'un certain nombre de tirs, un candidat est déclaré admis si la cible est touchée au moins une fois avec une probabilité supérieure ou égale à 0,995.

Un élève affirme qu'un candidat qui touche la cible avec une probabilité de 0,7 ne sera déclaré admis qu'après 4 tirs.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.