RCI•Direction Régionale de l'Éducation Nationale et de l'Alphabétisation Abidjan 1• RCI

BACCALAURÉAT RÉGIONAL
SESSION 2023

Coefficient : 5
Durée : 4h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

1) Réponds par vrai si l'affirmation donnée est vraie et par faux si non.
Si u est une fonction numérique dérivable et non nulle sur un intervalle I, alors la fonction $x \longmapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ a pour primitive sur I la fonction $x \mapsto \ln(u(x))$.
2) Soit a et b deux nombres réels tels que $a \leq b$ et h une fonction numérique dérivable sur l'intervalle $[a; b]$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que :
$\forall x \in [a; b], m \leq h'(x) \leq M$ alors : $m(b-a) \leq h(b) - h(a) \leq M(b-a)$.
3) L'équation réduite d'une ellipse est de la forme $y^2 = 2px$, où p est un nombre réel.
4) Soit (u_n) une suite de nombres réels convergente vers α et f une fonction numérique définie sur un intervalle de centre α.
Si f est continue en α, alors la suite (v_n) définie par $v_n = f(u_n)$ converge vers $f(\alpha)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque énoncé, une seule des quatre propositions de compléments est exacte. Écris le numéro de l'énoncé et la lettre du complément correct.

1) Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, une représentation paramétrique de la droite passant le point A(1 ; 2 ; −3) et dirigée par le vecteur $\vec{u}(5; -1; 2)$ est :

a) $\begin{cases} x = 5 + k \\ y = -1 + 2k \\ z = 2 - 3k \end{cases}$; $(k \in \mathbb{R})$ b) $\begin{cases} x = 5 + k \\ y = -1 + k \\ z = 2 + 3k \end{cases}$; $(k \in \mathbb{R})$ c) $\begin{cases} x = 1 - 5k \\ y = 2 + k \\ z = -3 + 2k \end{cases}$; $(k \in \mathbb{R})$ d) $\begin{cases} x = 1 + 5k \\ y = 2 + k \\ z = -3 + 2k \end{cases}$; $(k \in \mathbb{R})$

2) La suite (u_n) définie par : $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$ est convergente et sa limite est
a) 2   b) 4   c) 6   d) 8
3) Les racines cubiques de l'unité sont :
a) $1 ; e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{-2\pi}{3}}$ b) $1 ; e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{-\pi}{3}}$ c) $1 ; e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $e^{i\frac{-\pi}{6}}$ d) $1 ; i$ et $-i$
4) Le reste de la division euclidienne de 7^{2023} par 9 est :
a) 1   b) 4   c) 5   d) 7

EXERCICE 3 (3 points)

Dans le plan $(\mathcal{P})$, on considère un triangle ABC isocèle en A. Le pied H de la hauteur $[AH]$ est tel que : $AH = BC = 4$. On note K le centre de gravité du triangle ABC.

1. a) Fais une figure que tu compléteras au fur et à mesure.
(Tu prendras le centimètre comme unité).
b) En justifiant la construction, place le point G, barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$ et $(C, 1)$.

2. Soit M un point quelconque du plan $(\mathcal{P})$. On pose : $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$.
   a) Démontre que : $\|\vec{u}\| = 8$.
   b) Détermine et construis l'ensemble (E_1) des points M de $(\mathcal{P})$ tels que :
   $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\vec{u}\|$.

3. On considère les points pondérés $(A, 2)$; (B, m) et (C, m), où m est un nombre réel strictement positif.
   a) Justifie que, pour tout m, le barycentre G_m de ces points pondérés existe.
   b) Démontre que, pour tout m, le point G_m appartient au segment $[AH]$.
   c) Vérifie que G_2 est confondu à K.

4. a) Calcule la distance AG_m en fonction de m.
   b) Soit (E_m) l'ensemble des points M du plan $(\mathcal{P})$ tels que :
   $\|2\overrightarrow{MA} + m\overrightarrow{MB} + m\overrightarrow{MC}\| = 2m\|\vec{u}\|$.
   Démontre que (E_m) est un cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.
   Vérifie que $A \in (E_m)$.
   c) Déduis-en la construction de (E_2).

EXERCICE 4 (4 points)

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O; \vec{e_1}, \vec{e_2})$, unité graphique 2 cm.
Soit u un nombre complexe non nul.
On désigne par A, M, M' et M'' les points d'affixes respectives $2i$, u, $2u$ et $-i\bar{u}$.
On pose : $u = x + iy$, avec x et y des nombres réels.

1. Détermine les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AM'}$ et $\overrightarrow{AM''}$ sous forme algébrique.

2.a) Soit (H) l'ensemble des points M du plan tels que A, M' et M'' soient alignés.
Démontre qu'une équation de (H) est : $x^2 - y^2 + 2x + y = 0$.

b) Justifie que (H) est une hyperbole dont tu préciseras les coordonnées du centre Ω, des sommets et des foyers.

c) Calcule l'excentricité de (H) et donne une équation de chacune de ses asymptotes.

3. Construis (H).

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par : $\begin{cases} f(x) = x + ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \; si \; x < 0 \\ f(x) = x^2e^{-x} \; si \; x \geq 0 \end{cases}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité : 2 cm.

1. a) Calcule les limites de f en $+\infty$ et en -1.
   b) Donne une interprétation graphique de chaque résultat.
   c) On admet que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
   Démontre que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$.
   d) Justifie que $(\mathcal{C})$ est au-dessus de (D) sur les intervalles $]-\infty; -1[$ et $]-1; 0[$.

2.a) Justifie que f est continue en 0.

b) Justifie que pour $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$, $f'(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ et
pour $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = x(2-x)e^{-x}$.

c) Justifie que f est strictement croissante sur les intervalles $]-\infty; -1[$ et $]0; 2[$ puis strictement décroissante sur les intervalles $]-1; 0[$ et $]2; +\infty[$.

3. On admet qu'au point O, la courbe $(\mathcal{C})$ admet une demi-tangente à gauche dont un vecteur directeur a pour coordonnées $(-1; 1)$ et une demi-tangente à droite dont un vecteur directeur a pour coordonnées $(1 ; 0)$. On admet aussi que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique comprise entre $-1,6$ et $-1,5$.

a) Dresse le tableau de variation de f.

b) Trace les demi-tangentes à $(\mathcal{C})$ au point O, la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$.

4. Soit la fonction
$$h : [0; 2] \longrightarrow \left[0; \frac{4}{e^2}\right].$$
$$x \longmapsto f(x)$$

a) Justifie que h est une bijection.

b) Calcule $(h^{-1})'\left(\frac{1}{e}\right)$.

EXERCICE 6 (4 points)

Pour participer à une séance de présentation des formations post-bac à la fin du deuxième trimestre, un groupe d'établissements secondaires de la DRENA Abidjan 1 dont le vôtre cherche des cars pour le déplacement de ses élèves. Le transporteur choisi dispose de deux types de cars : les uns sont de 40 places et les de 26 places.

Le nombre d'élèves concernés est compris entre 600 et 700.

Le coordonnateur se rend compte que s'il prend seulement des cars de 40 places, 12 élèves occuperont le dernier car et s'il utilise uniquement des cars de 26 places, 16 élèves occuperont le dernier car. Il décide utiliser les deux types de cars de sorte que toutes les places des cars affrétés soient occupées.

Le coordonnateur désire savoir le nombre auquel il doit arrêter les inscriptions et le nombre de cars de chaque type à communiquer au transporteur mais ne sait pas comment procéder. Il te sollicite.

À partir d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de coordonnateur.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : Mathématiques **SERIE** D **Coefficient** 4 **Durée** 4h

CORRIGE	BAREME
Exercice ① 2points	
1- Faux ; 2- Faux ; 3- Vrai ; 4- Faux 0,5×4	2pts.
Exercice ② 2points	
1- A ; 2- B ; 3- C ; 4- A 0,5×4	2pts.
Exercice ③ 3pts.	
1)a) $P(3i)=0$	0,25pt
b) Méthode correcte	0,25pt
$a=2-2i$ et $b=2-3i$ 0,25×2	0,5pt
2)a) $(2+i)^2=3+4i$	0,25pt
b) $\Delta=-4(3+4i)=[2i(2+i)]^2$	0,25pt
$z_1=-1$ et $z_2=3+2i$ 0,25×2	0,5pt.
les solutions de l'équation sont : -1 et $3+2i$	0,25pt
c) Les solutions de l'equation $P(z)=0$ sont : -1 ; $3i$ et $3+2i$	0,25pt
3)a) $z_K=\frac{z_A+z_B}{2}=1+i$	0,2pt
b) Justification correcte	0,25pt
c) $\|z-z_K\|=\sqrt{5} \Leftrightarrow KM=\sqrt{5}$ (Γ) est le cercle de centre K et de rayon $\sqrt{5}$	0,25pt
Exercice ④	
1)a) démonstration correcte	0,5pt.
b) $\forall x\in]-\infty;1[$, $G(x)=-\frac{3}{x-1}-2\ln(-x+1)+c$	0,5pt
2)a) $\forall x\in]-\infty;1[$, $k'(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	0,5pt
b) $\forall x\in]-\infty;1[$, $k'(x)=h(x)$ donc k est une primitive de h sur $]-\infty;1[$.	0,25pt
3) a) $f(x)=\frac{3}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ $=g(x)+h(x)$	0,25pt.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS **SERIE** D **Coefficient** 4 **Durée** 4h

CORRIGE — **BAREME**

$\forall x \in]-\infty;1[$, $F(x) = G(x) + k(x) + c$, $(c \in \mathbb{R})$ — 0,50pt

b) $F(0) = 0 \Leftrightarrow c = -3$ — 0,25pt

$F(x) = \frac{-3}{x-1} - 2\ln(-x+1) + \ln(x+\sqrt{x^2+1}) - 3$ — 0,25pt

Exercice ⑤

1) a) Justification correcte — 0,25pt

b) Justification correcte — 0,25pt

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ donc la droite d'équation $y=0$ est une asymptote horizontale à (C_f) en $+\infty$ — 0,25pt

$\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} f(x) = -\infty$ donc la droite d'équation $x=0$ est une asymptote verticale à (C_f). — 0,25pt

2) a) Justification correcte — 0,5pt

b) $\forall x \in]0;1[$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]0;1[$

$\forall x \in]1;+\infty[$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $]1;+\infty[$ — 3×0,25pt

c)

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	0

— 0,25pt

3) Construction (voir annexe) — 0,5pt

4) a) démonstration correcte — 0,5pt

b) Justification correcte 0,25×2 — 0,5pt.

5) a) Justification correcte — 0,25pt

$K =]-\infty; -1+2\ln(2)[$ — 0,25pt

b) h^{-1} est strictement décroissante sur $]-\infty; -1+2\ln(2)[$ — 0,25pt

c)

x	$-\infty$		$-1+2\ln(2)$
$h^{-1}(x)$	$+\infty$	↘	2

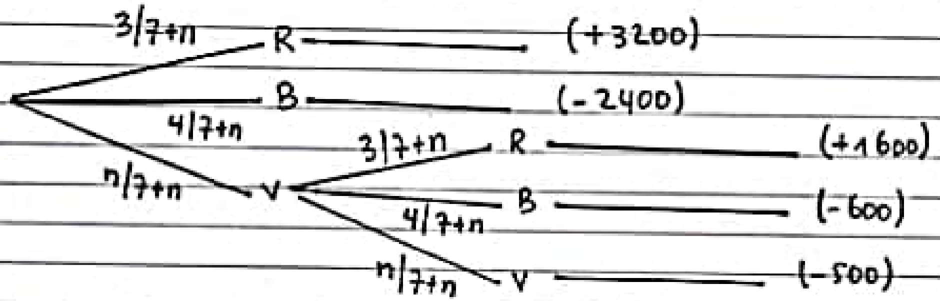
— 0,25pt.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS **SERIE** D **Coefficient** 4 **Durée** 4h

CORRIGE | Exercice ⑥ | **BAREME**

Arbre de Probabilités



valeurs de x : -2400 ; -600 ; -500 ; +1600 ; +3200

$P(X=-2400) = \frac{4}{7+n}$ $P(X=-600) = \frac{n}{7+n} \times \frac{4}{7+n} = \frac{4n}{(7+n)^2}$

$P(X=-500) = \frac{n}{7+n} \times \frac{n}{7+n} = \frac{n^2}{(7+n)^2}$ $P(X=3200) = \frac{3}{7+n}$.

$$E(X) = \frac{-2400\times 4}{7+n} + \frac{-600\times 4n}{(7+n)^2} + \frac{-500\times n^2}{(7+n)^2} + \frac{1600\times 3n}{(7+n)^2} + \frac{3200\times 3}{7+n}$$

$E(X) = \frac{-500n^2 + 2400n}{(7+n)^2}$, le signe de E(X) est celui de $-500n^2 + 2400n$

on a $E(X) = 0 \Leftrightarrow -500n^2 + 2400n = 0$

$\Leftrightarrow n(-500n + 2400) = 0$

$\Leftrightarrow n = 0$ ou $n = 4,8$

n	0		$4,8$		$+\infty$
$E(X)$		$+$	0	$-$	

$E(X) < 0$ pour $n = 5$.

Conclusion : Pour que la loterie soit favorable aux femmes de l'association (organisatrices), il faut que $E(X) < 0$, donc le nombre de boules vertes à introduire au minimum est 5.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS SERIE D. Coefficient 4. Durée 4h.

CORRIGE			BAREME
CM1 0,75pt	- leçon: Probabilité - choix de évènements , - Calcul des probabilités - valeurs de la variable aléatoire x - loi de Probabilités - Esperance mathématique E(X) - signe de E(X) - Conclusion	2/8 → 0,25pt 4/8 → 0,5pt 5/8 → 0,75pt	
CM2 2,5pts	- Traduction exact des données , - Calcul exact des probabilités - valeurs exactes de x - Calcul exact de E(X) - Etude correcte du signe de E(X) - valeur exacte de n - réponse correcte.	2/7 → 0,75pt 3/7 → 1pt 4/7 → 1,5pt 5/7 → 2,5pts	
CM3 1,25pt	- démarche correcte - Précision - réponse correcte	1/3 → 0,75pt 2/3 → 1,25pt	
CP 0,5pt	- Concision - originalité - présentation	1/3 → 0,25pt 2/3 → 0,5pt.	

Feuille annexe TD