BACCALAUREAT BLANC

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Série C
Durée : 4 Heures
Coef : 5

Cette épreuve contient quatre (04) pages numérotées 1/4, 2/4 3 /4 et 4/4
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les groupes de mots suivants : **(majorée; minorée ; au moins une solution; direction (OJ) en $+\infty$; direction (OI) en $-\infty$; une solution unique)** et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous.

Ecris sur ta feuille de copies, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

N°	Phrases incomplètes
1	Si f est une fonction telle que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$, alors sa courbe (C_f) dans un repère (O,I,J) admet une branche parabolique de ....
2	Toute fonction f décroissante et .... sur un intervalle $]a;+\infty[$ admet une limite finie à droite en a.
3	Soit f une fonction continue sur un intervalle K. a ,b sont deux nombres réels de K et m, un nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$. Alors l'équation $f(x)=m$ admet............ dans K.
4	Toute suite décroissante et .... est convergente.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés à trous incomplètes du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir un énoncé juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé à trou suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	ENONCES	REPONSES PROPOSEES	
1	Soit A et B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB}=\frac{1}{2}$ est le cercle de diamètre $[IJ]$ avec ...	A	$I=bar\{(A,1);(B;-2)\}$ et $J=bar\{(A,1);(B;2)\}$
		B	$I=bar\{(A,1);(B;2)\}$ et $J=bar\{(A,2);(B;1)\}$
		C	$I=bar\{(A,2);(B;-1)\}$ et $J=bar\{(A,2);(B;1)\}$
		D	$I=bar\{(A,3);(B;-1)\}$ et $J=bar\{(A,3);(B;1)\}$
2	Pour tout réel $x>0$, $\ln(x+x^2)$ est égal à...	A	$\ln x+\ln(x^2)$
		B	$\ln x+\ln(x+1)$
		C	$\ln(x)\times\ln(x^2)$
		D	$3\ln x$
3	Soit θ un nombre réel, alors le nombre complexe $(\cos\theta+i\sin\theta)^5$ est égal...	A	$\cos(\theta^5)+i\sin(\theta^5)$
		B	$\cos^5(\theta)+i\sin^5(\theta)$
		C	$\cos(5\theta)+\sin(5\theta)$
		D	$\cos(5\theta)+i\sin(5\theta)$

4	L'ensemble des points M d'affixe z tels que $\lvert \overline{z}+i\rvert = \lvert i-1\rvert$ est ...	A	Le cercle de centre A d'affixe i et de rayon 2.
		B	Le cercle de centre A d'affixe $-i$ et de rayon 2
		C	Le cercle de centre A et d'affixe i et de rayon $\sqrt{2}$
		D	Le cercle de centre A et d'affixe $-i$ et de rayon $\sqrt{2}$

EXERCICE 3 (3 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points : A(2 ;1 ;4), B(4 ;-1 ;0), C(0 ;3 ;2) et D(4 ;3 ;-2).

1- Détermine une représentation paramétrique de la droite (CD).

2- Soit M un point de la droite (CD).

a- Détermine les coordonnées du point M tel que la distance BM soit minimale.

b- On note H le point de la droite (CD) ayant pour coordonnées (3 ;3 ;-1).
Vérifie que les droites (BH) et (CD) sont perpendiculaires.

3-a) Démontre que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BCD).

b) Détermine une équation cartésienne du plan (BCD).

c) Détermine une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par A et orthogonale au plan (BCD).

d) Démontre que le point I, intersection de la droite (Δ) et du plan (BCD) a pour coordonnées $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

EXERCICE 4 (3 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

1- Résous dans ℂ l'équation : $z^2+z+1=0$.

2- Pour tout complexe z tel que $z=e^{i\theta}$ avec $-\pi<\theta\le\pi$, $\theta\neq\frac{2\pi}{3}$ et $\theta\neq-\frac{2\pi}{3}$,

on pose : $z'=\frac{1}{z^2+z+1}$

a) Vérifie que : $z^2+z+1=z(1+z+\overline{z})$

b) Calcule le module et un argument de z' suivant les valeurs de θ.

3- On pose : $z'=x+iy$ avec $(x,y)\in\mathbb{R}^2$

a) Démontre que : $x^2+y^2=(1-2x)^2$.

b) Déduis en que le point M d'affixe z' appartient à une hyperbole dont on précisera le centre Ω.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère les fonctions f_n définies sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f_n(x) = x^n \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) \; si\; x \neq 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$

On note (C_n) les courbes représentatives dans un repère orthonormé (O ;I ;J). Unité graphique: 1 cm.

Partie A

Pour $n \geq 2$ on considère les fonctions g_n définies sur $]0;+\infty[$ par : $g_n(x) = n\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$

1- Calcule $\lim\limits_{x \to 0} g_n(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g_n(x)$

2- On suppose que g_n est dérivable sur $]0+\infty[$
Justifie que $\forall x \in]0;+\infty[$ $g_n'(x) = \frac{(1-n)x-n}{x(x+1)^2}$

3- Etudie la variation de g_n puis dresse son tableau de variation.

4- Justifie que $\forall x \in]0;+\infty[$ $g_n(x) > 0$.

Partie B

On considère les fonctions f_n définie si dessus pour $n \geq 2$

1- Etudie la continuité de f_n en 0.

2- a) Justifie que $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{f_n(x)}{x}\right) = 0$

b) Déduis-en la dérivabilité de f_n en 0.

c) Interprète graphiquement le résultat de la question 2-b).

3- On suppose que f_n est dérivable sur $]0+\infty[$.

Démontre que $\forall x \in]0;+\infty[$, $f_n'(x) = x^{n-1} g_n(x)$.

4 -Etudie la variation de f_n puis dresse son tableau de variation.(on admet que la limite de f_n en $+\infty$ est $+\infty$).

5- Pour $n = 2$; $f_2(x) = x^2\ln(1+\frac{1}{x})$ et on admet que

$$\forall x \in]0;+\infty[\qquad 0 \leq x^2 \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \left(x - \frac{1}{2}\right) \leq \frac{1}{3x^3}$$

a) Justifie que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_2)$ en $+\infty$.

b) Etudie la position relative de ($\mathcal{C}_2$) par rapport à $(\mathcal{D})$.

c) Trace $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$ dans le repère (O ; I ; J).

EXERCICE 6 (5 points)

Pour susciter l'inscription des élèves en série C, le Conseil Régional de la Marahoué a organisé un concours de Mathématiques doté de prix du meilleur élève de Terminale C. La cérémonie de remise des récompenses a été organisée au Lycée Moderne 1 de Bouaflé. Un comité d'organisation composé des élèves des différentes classes de Terminale C a été mis en place.

Ce comité a été spécialement chargé de la préparation de la salle des fêtes du Lycée HKB. Deux cents (200) chaises ont été déplacées des salles de classe vers la salle des fêtes par un groupe d'élèves de ce comité constitués de garçons et filles. Les garçons ont chacun pris 8 chaises et les filles ont pris chacune 5 chaises.
Il y a plus de garçons que de filles dans le groupe. Kevin, un élève de Première C de la commune de Sinfra, qui a pris part à la cérémonie, est impressionné par le travail accompli par ses devanciers. Le chef de classe de la terminale C du Lycée moderne 1 de Bouaflé, voulant créer plus de curiosité pour leurs cadets en première C, demande à Kevin de déterminer le nombre u de garçons et celui v de filles ayant procédé au ramassage de chaises.
N'étant pas outillé pour répondre à cette question, ce dernier te sollicite pour l'aider. A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques de Terminale C, donne une réponse à Kevin.